



# Estructuras Detalladas

## Cargas

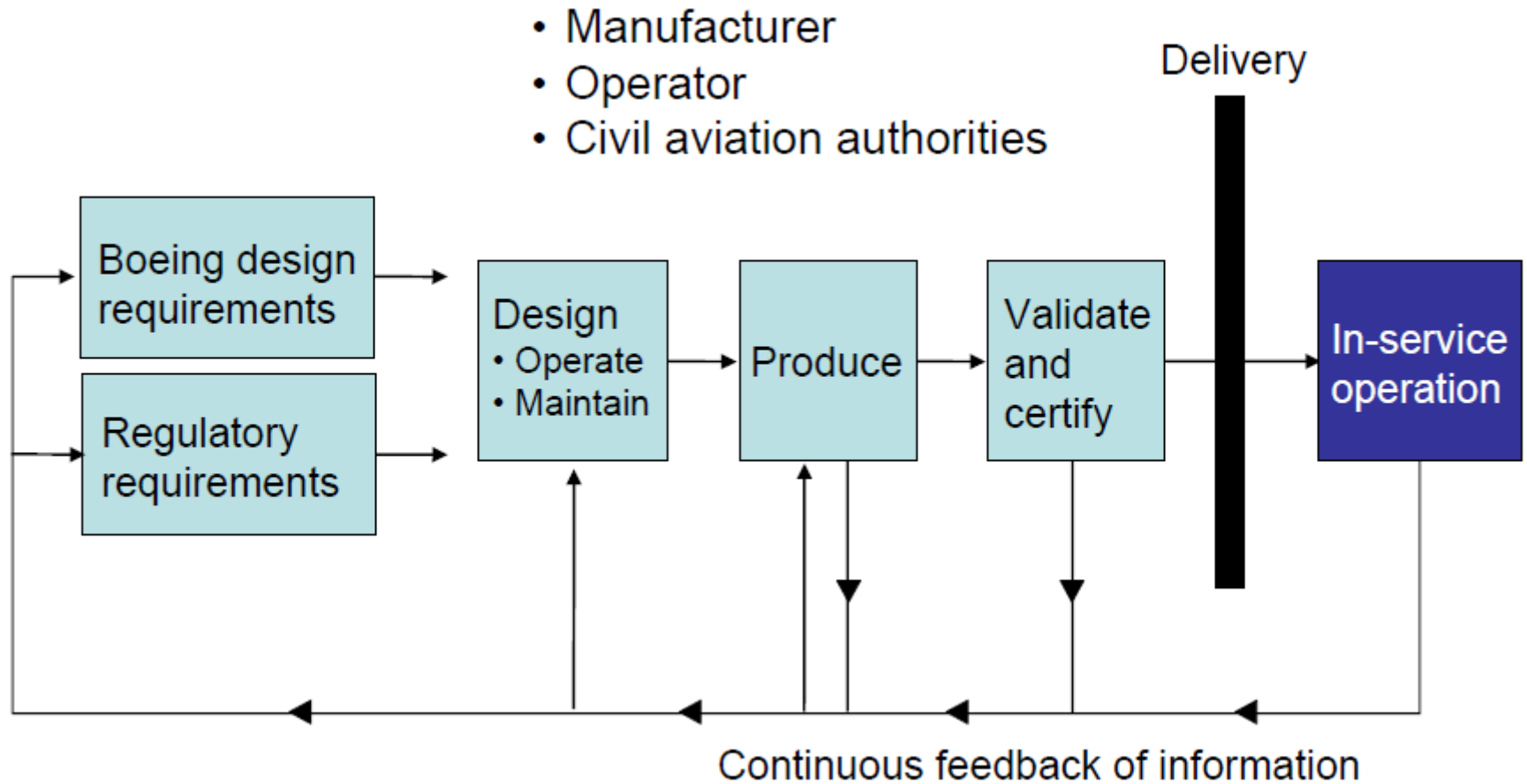
---

### Tema 13.1

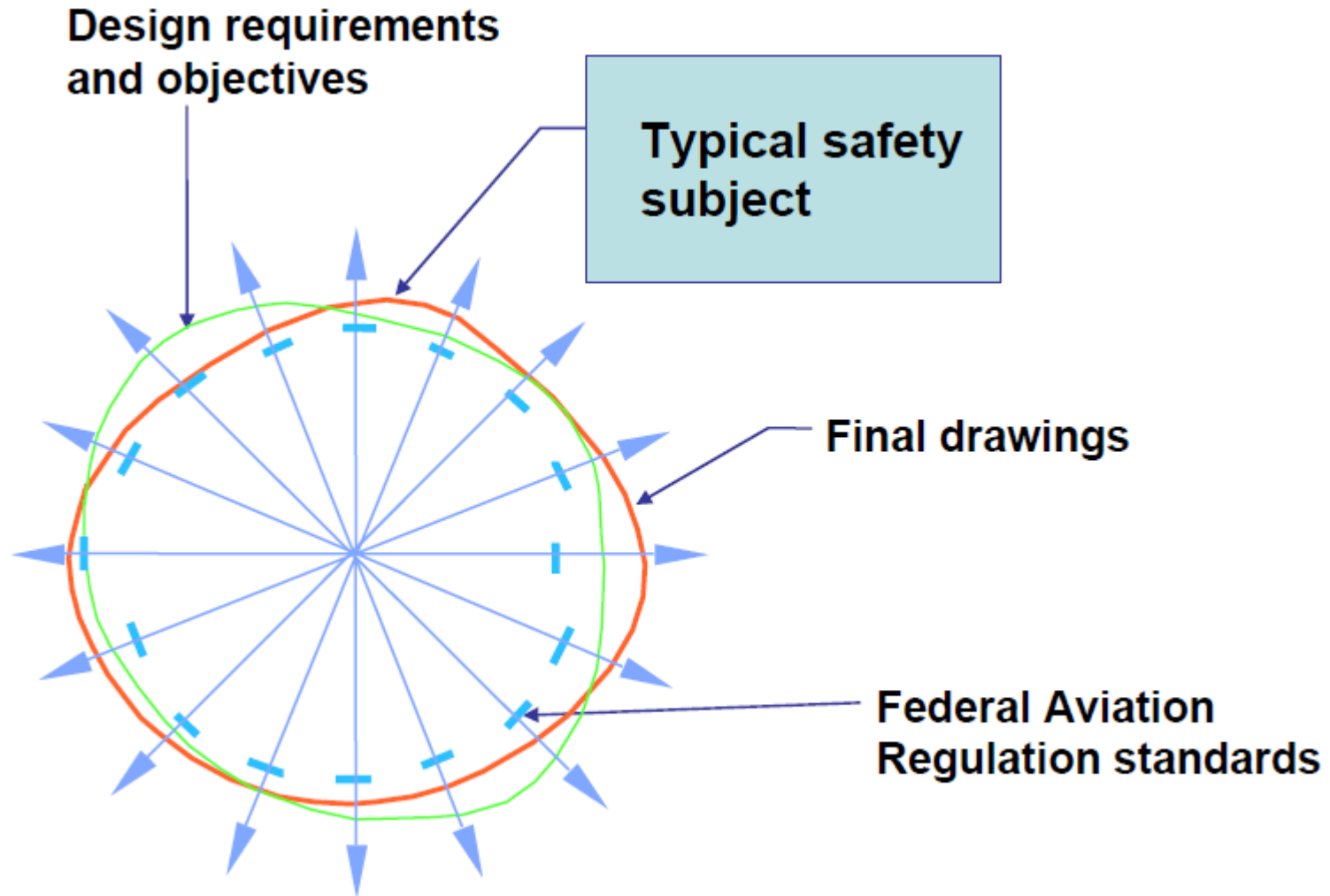
**Sergio Esteban Roncero**  
**Departamento de Ingeniería Aeroespacial**  
**Y Mecánica de Fluidos**

# Lifetime Safety Cycle

- Entender el ciclo de seguridad a lo largo de la vida útil de un aeronave



# Safety Wheel



# Design Process

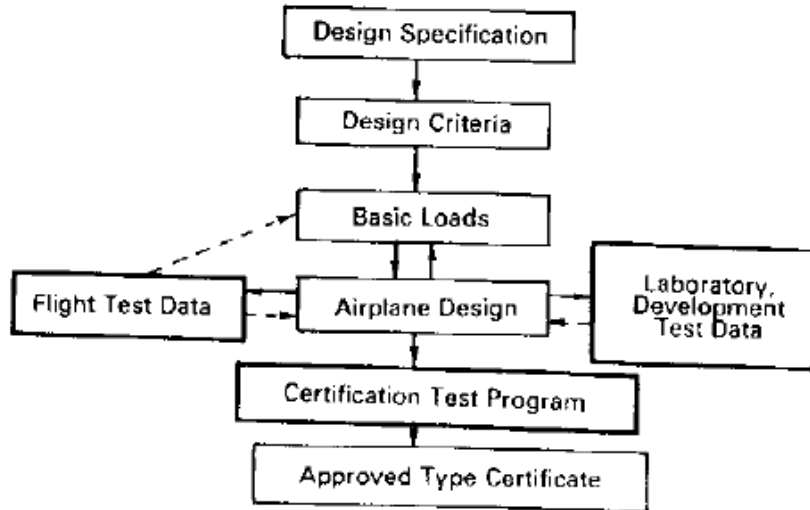
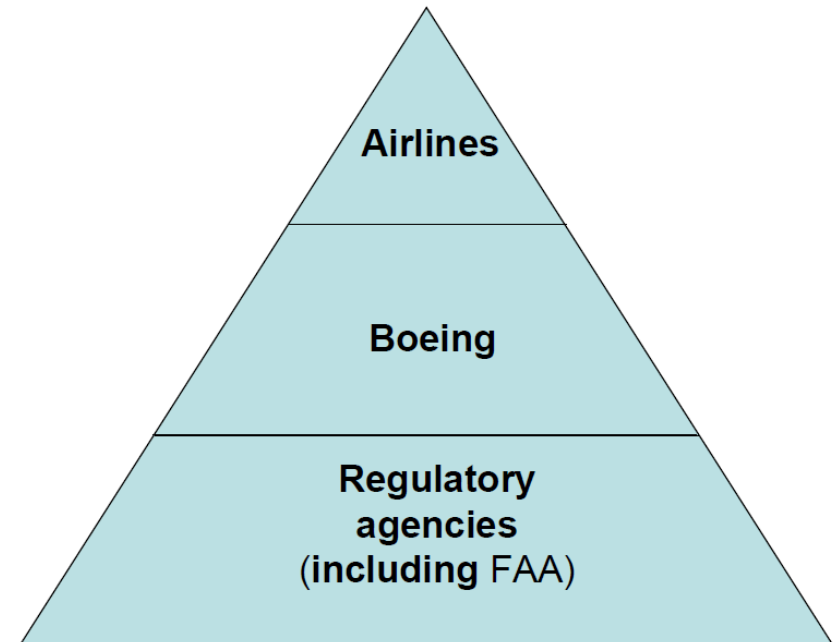


Fig. 1.2.2 Airplane design, development and certification.



## Criteria de Diseño

# Desarrollo y Pruebas

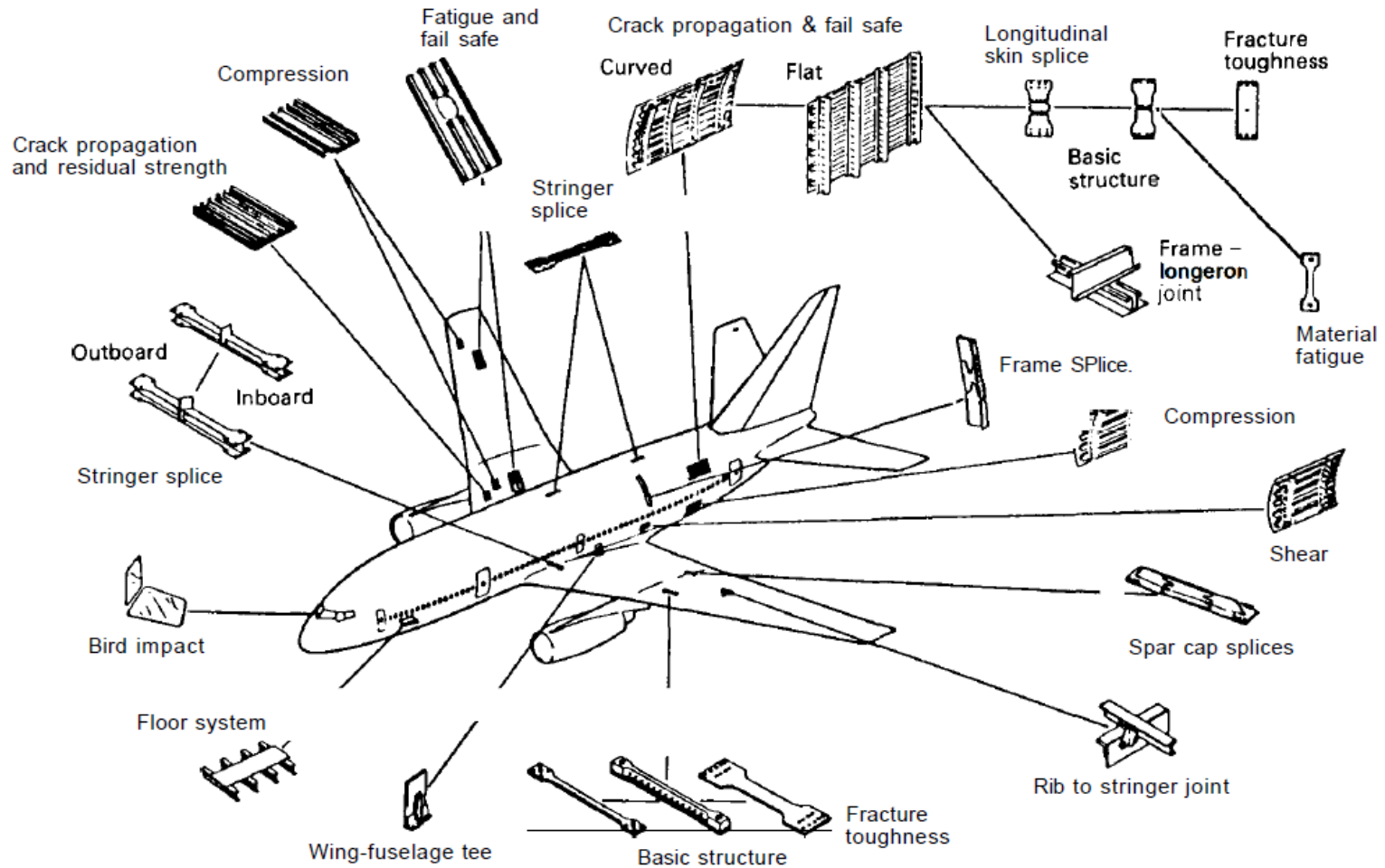


Fig. 1.2.1 Development testing of a transport airplane.

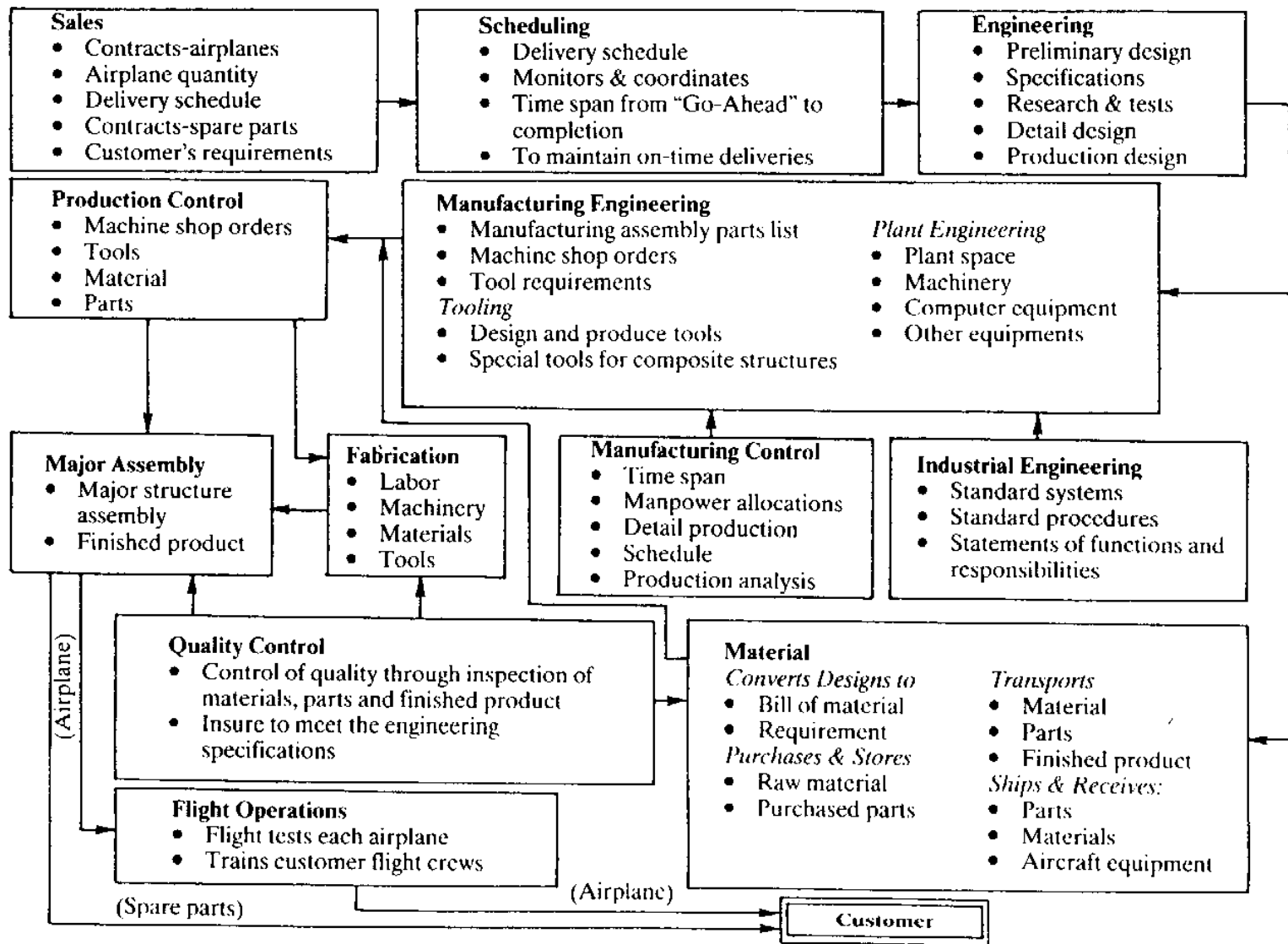
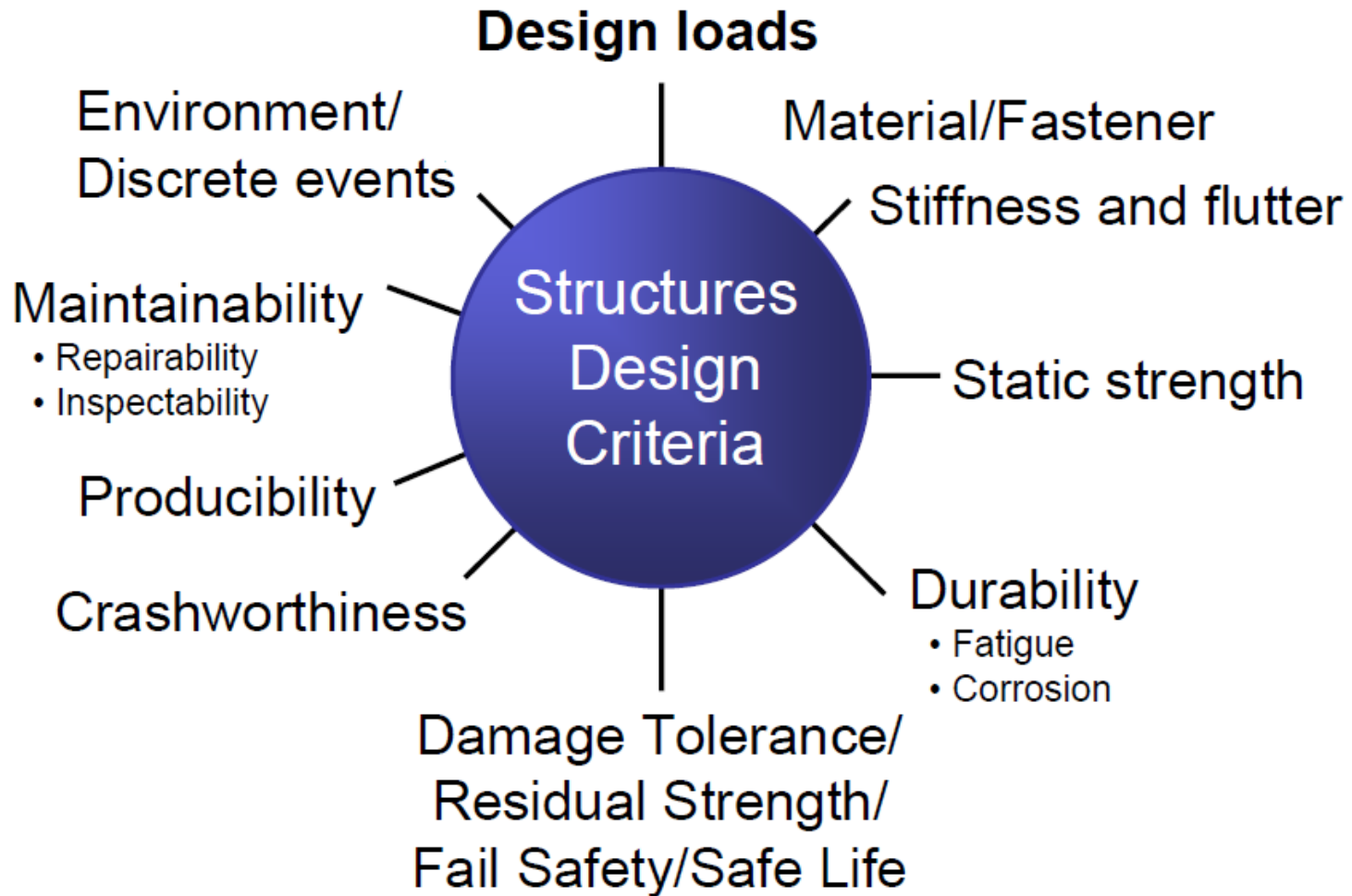


Fig. 2.1.1 How an airplane is built.

# Criteriaos Diseño Estructural



Design and Analysis of Aircraft Structures

4

# Cargas

- Design Loads:
  - Ultimate Loads
  - Limit Loads
  - Operating Loads

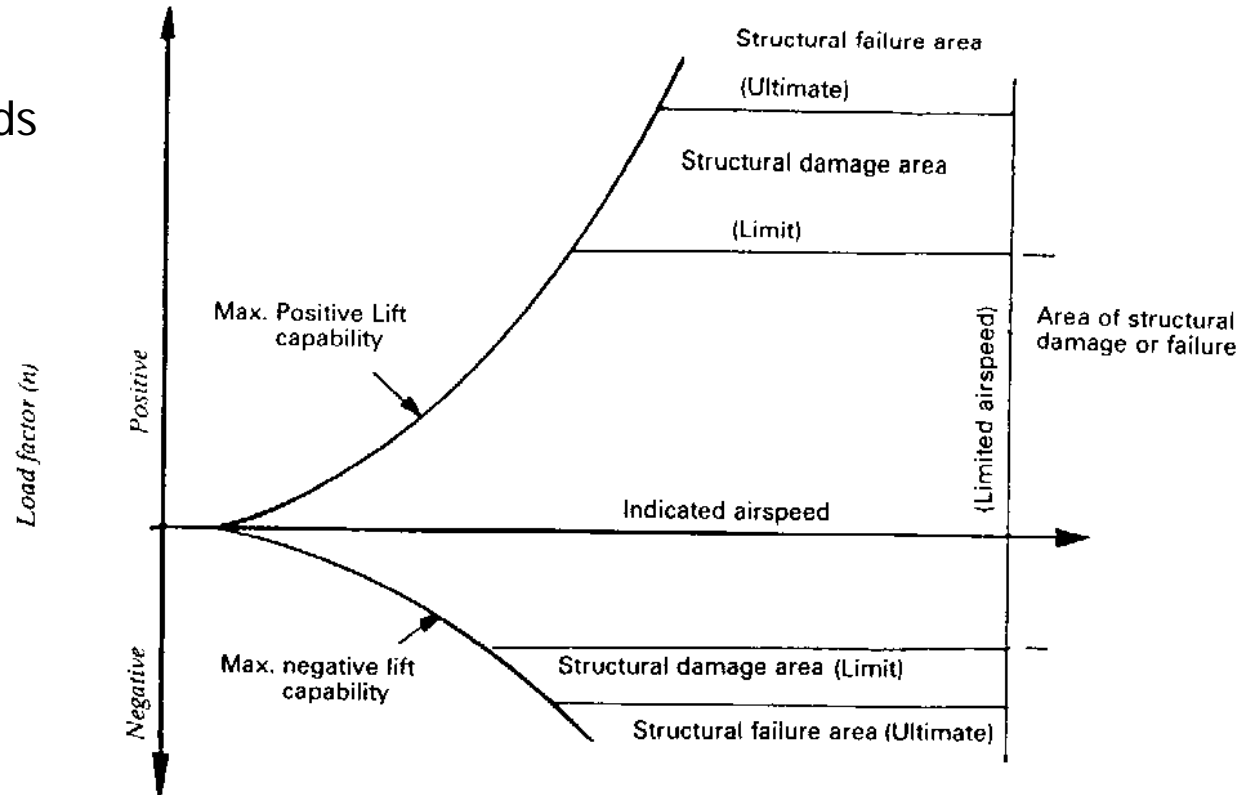


Fig. 3.4.8 Significance of the V-n diagram.



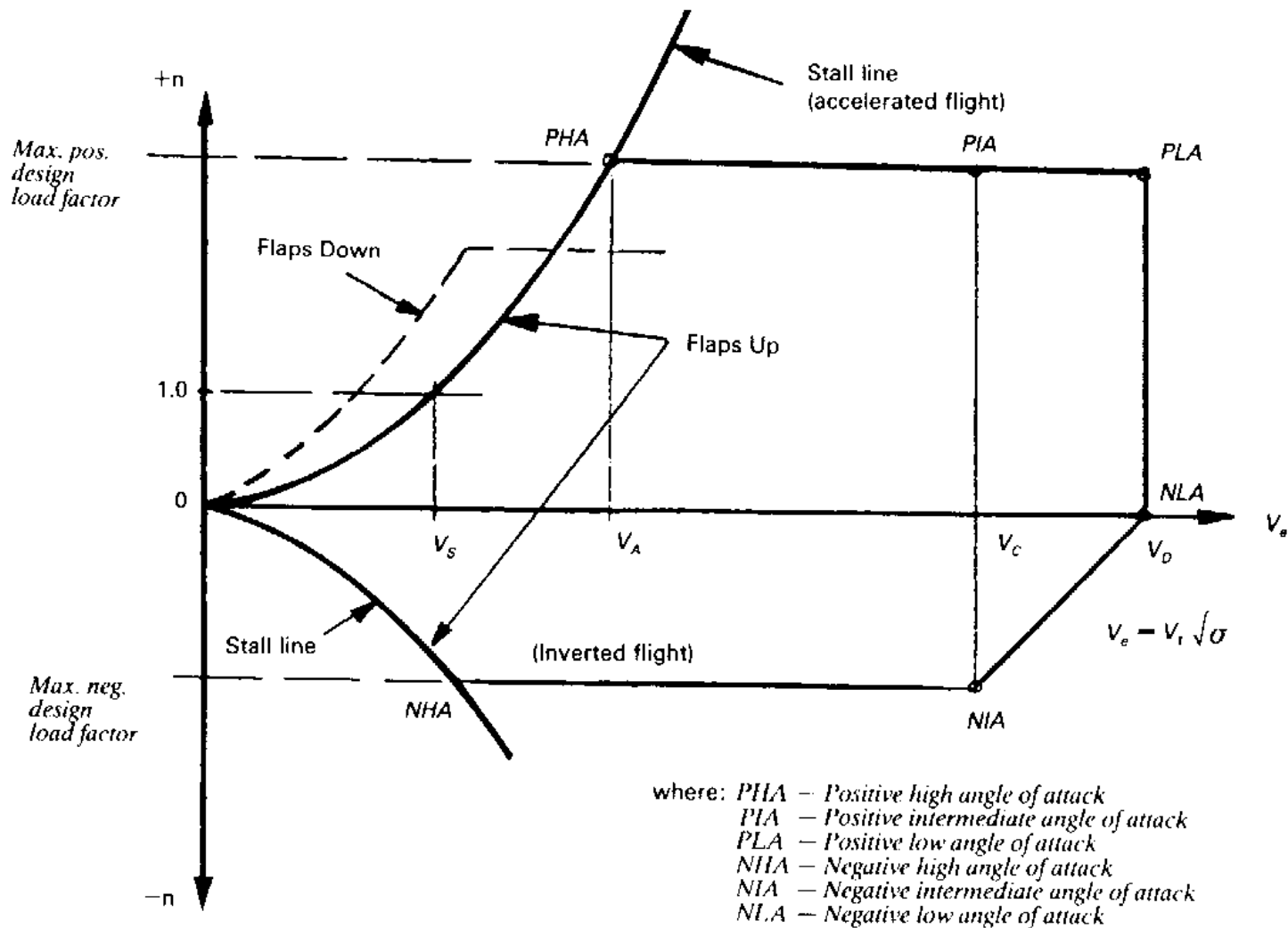


Fig. 3.4.9 Typical V-n Diagram for Maneuver.

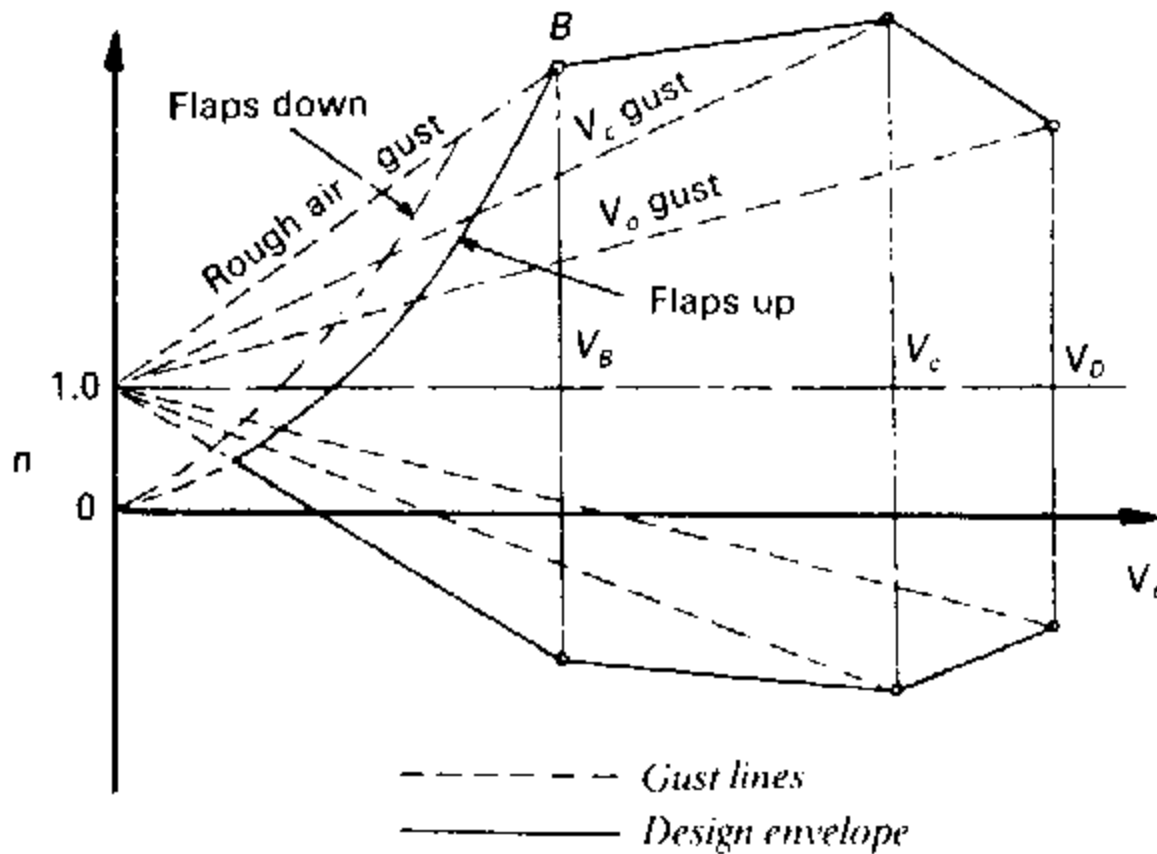


Fig. 3.4.15 V-n Diagram (Gust Envelope).

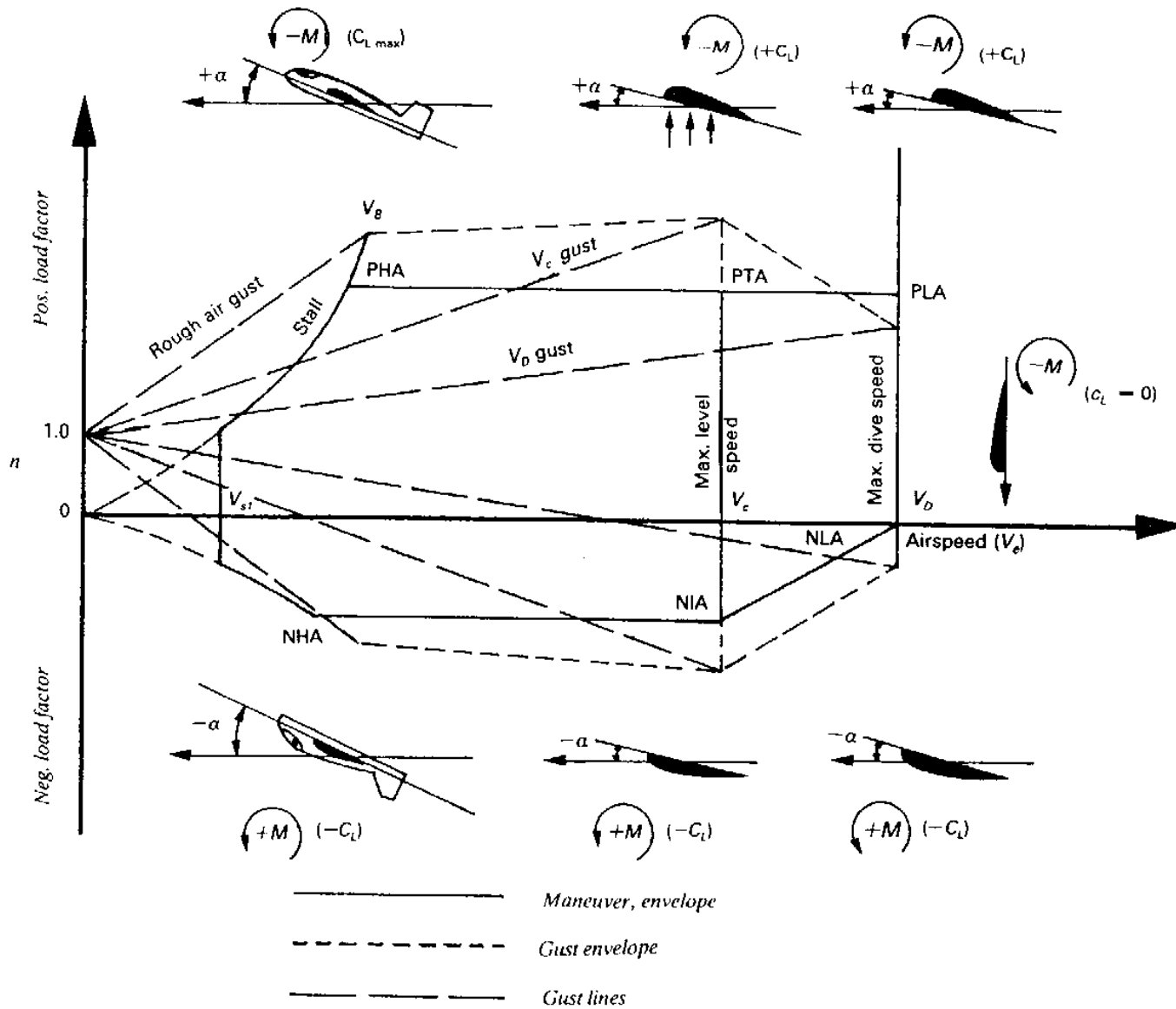


Fig. 3.4.16 Combined flight envelope (V-n diagram) – fighter.

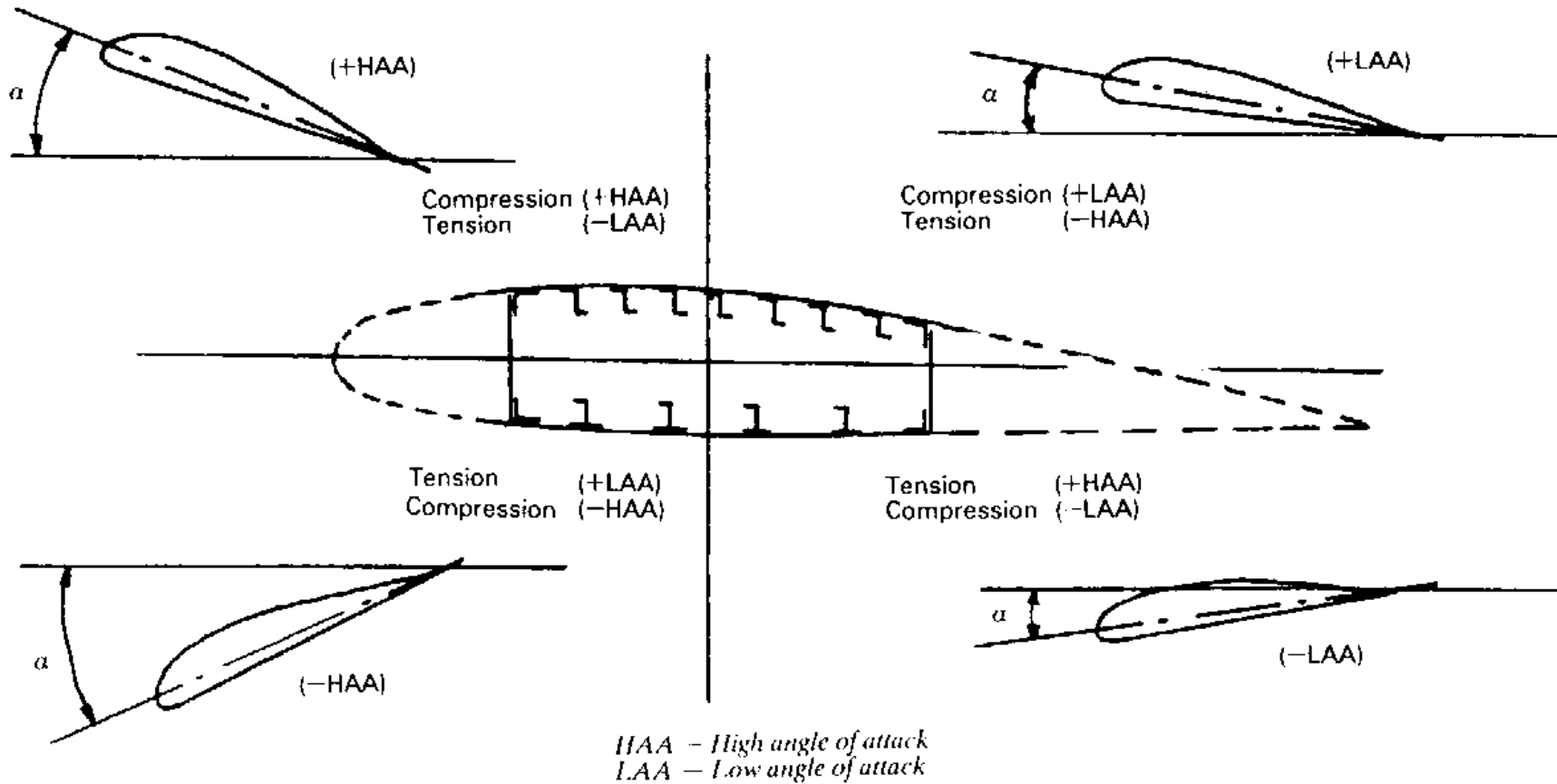


Fig. 3.5.6 Critical conditions for wing box structure.

# Envolvente Xcg

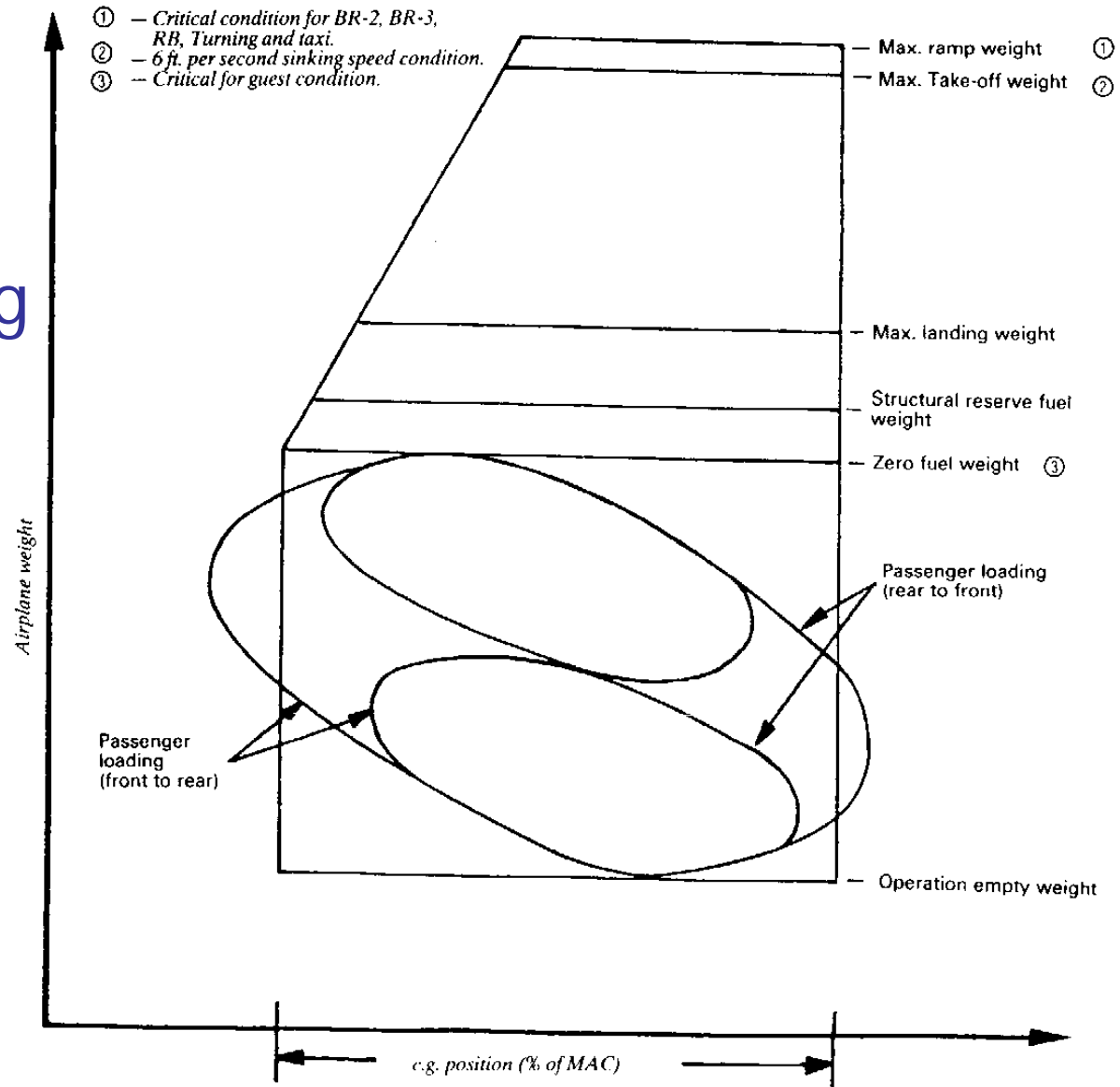
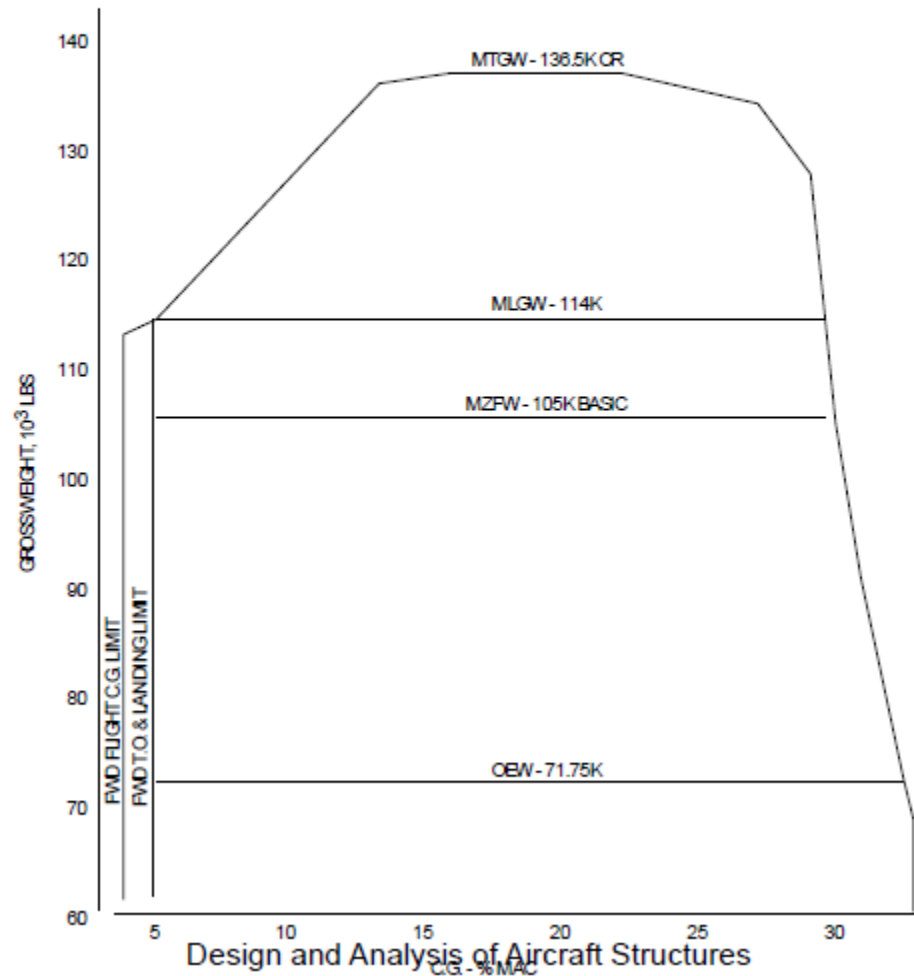


Fig. 3.4.5 Typical c.g. envelope of a commercial transport.

# Gross Weight Versus CG Diagram, 737-300

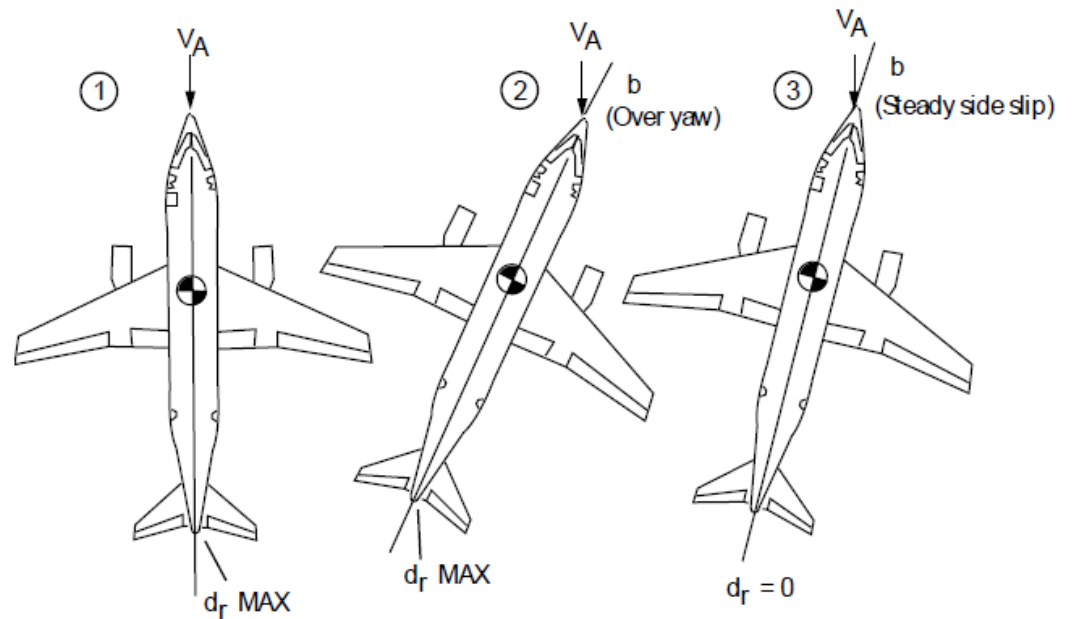
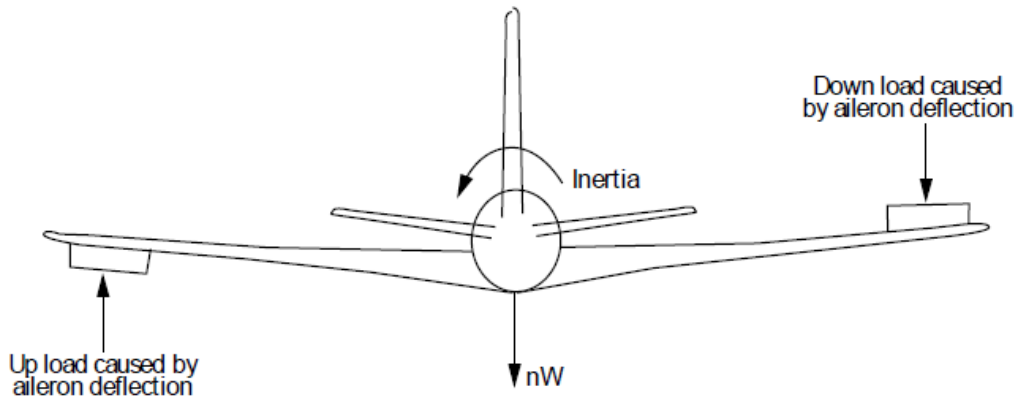


8-36

# Cargas Externas

- Control Surfaces
  - Roll Maneuver
  - Yawing Maneuver
- Turbulencias Atmosféricas
  - Termales
  - Wind shears
  - Jet stream
- Tren de Aterrizaje
  - Two point and three point level landing
  - Max wheel loads, level landing
  - Tail down landing
  - One-wheel landing
  - Lateral drift landing
  - Take-off run
  - Braked roll
  - Ground turning
  - Nose wheel yawing
  - Pivoting
  - Towing
- Aerodynamic Surfaces

# Control Surfaces Loads

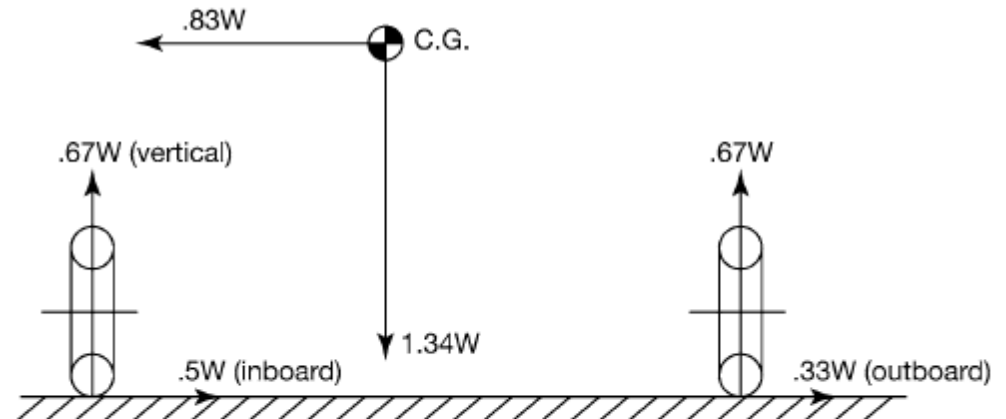




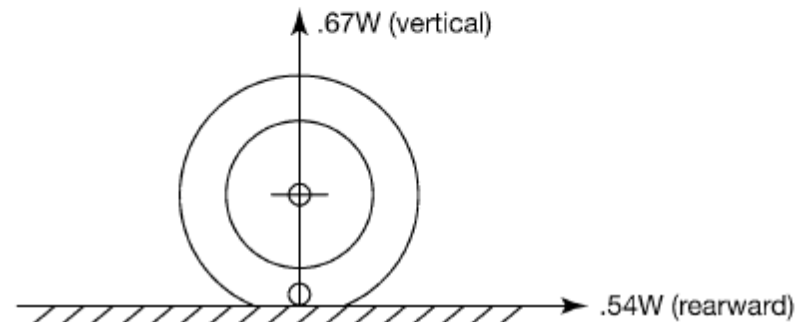
# Loads for Landing Gear

- ASTM Standards give the static load requirements for testing the landing gear
  - $W$  stands for the weight, which for this aircraft is the maximum LSA weight of 600 kg.
  - Each wheel must be able to withstand a static loading of  $0.67W$  in the vertical direction,  $0.54W$  in the aft direction,  $0.5W$  in the inboard and  $0.33W$  in the outboard direction.
  - Each of these force components are meant to simulate the different conditions on landing i.e. impact, braking, and any sideways forces resulting from a bad crosswind landing

## ASTM Landing Load Conditions [3]



[Standard Specification for Design and Performance of a Light Sport Airplane, ASTM Designation F2245-11](#)



# Applied Loads

- External loads applied to the gear assemblies can be divided into dynamic and static loads: the former occurs under landing conditions while the latter occurs during ground operations.
- Seven basic loading conditions have been selected for analysis with the applied loads calculated as specified in FAR Part 25

Table 8.1 Basic landing gear loading conditions [20]

Dynamic	Static
Three-point level landing	Turning
One-wheel landing	Pivoting
Tail-down landing	
Lateral drift landing	
Braked roll	

$$F = \frac{cW}{\eta S \cos \alpha} \left( \frac{V_s^2}{g} + S \cos \alpha \right)$$

For the dynamic landing conditions listed in Table 8.1, the total vertical ground reaction ( $F$ ) at the main assembly is obtained from the expression

-  $c$  is the aircraft weight distribution factor,  $\eta$  is the gear efficiency factor,  $S$  is the total stroke length,  $\alpha$  is the angle of attack at touchdown,  $V_s$  is the sink speed, and  $g$  is the gravitational acceleration. Although the vertical force generated in the gear is a direct function of the internal mechanics of the oleo, in the absence of more detailed information this equation provides a sufficiently accurate approximation

# Applied Loads - II

The maximum vertical ground reaction at the nose gear, which occurs during lowspeed constant deceleration, is calculated using the expression

Table 8.1 Basic landing gear loading conditions [20]

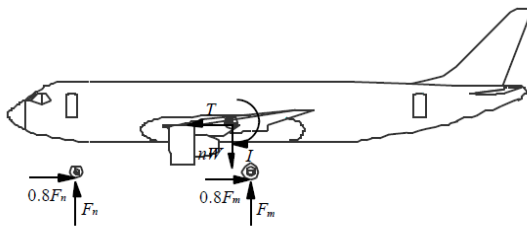
Dynamic	Static
Three-point level landing	Turning
One-wheel landing	Pivoting
Tail-down landing	
Lateral drift landing	
Braked roll	

$$F_n = \frac{l_m + a_x / g}{l_m + l_n} h_{cg} W$$

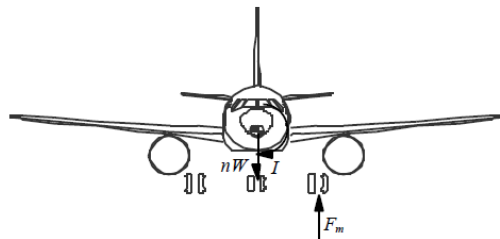
- where  $W$  is the weight of the aircraft and  $l_m$  and  $l_n$  are the distance measured from the aircraft  $cg$  to the main and nose gear, respectively and  $h_{cg}$  is the height of aircraft  $cg$  from the static groundline.
- Typical values for  $a_x/g$  on dry concrete vary from 0.35 for a simple brake system to 0.45 for an automatic brake pressure control system [5].
- As both  $D$  and  $L$  are positive, the maximum nose gear load occurs at low speed. Reverse thrust decreases the nose gear load and hence the condition  $T = 0$  results in the maximum value

Table 8.1 Basic landing gear loading conditions [20]

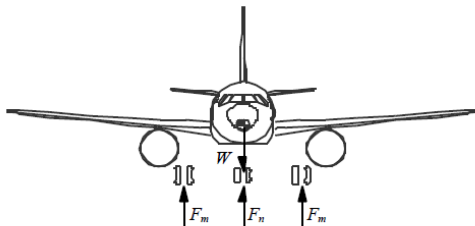
Dynamic	Static
Three-point level landing	Turning
One-wheel landing	Pivoting
Tail-down landing	
Lateral drift landing	
Braked roll	



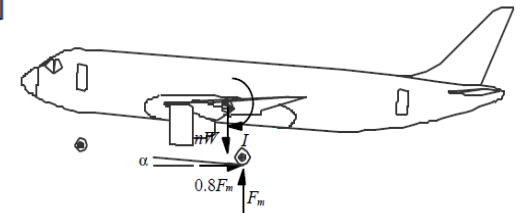
a) Three-point level landing



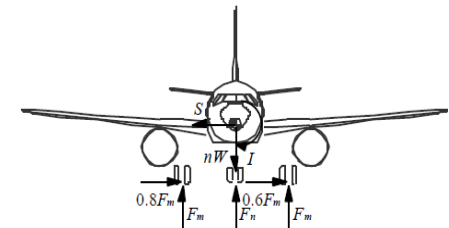
b) One-wheel landing



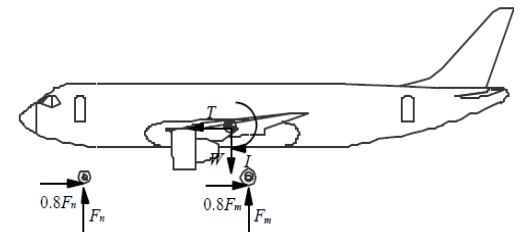
g) Pivoting



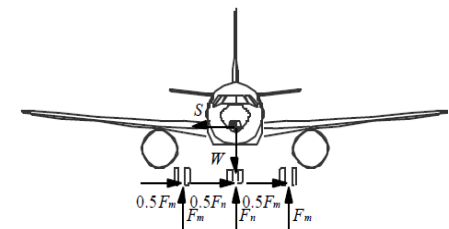
c) Tail-down landing



d) Lateral drift landing



e) Braked roll

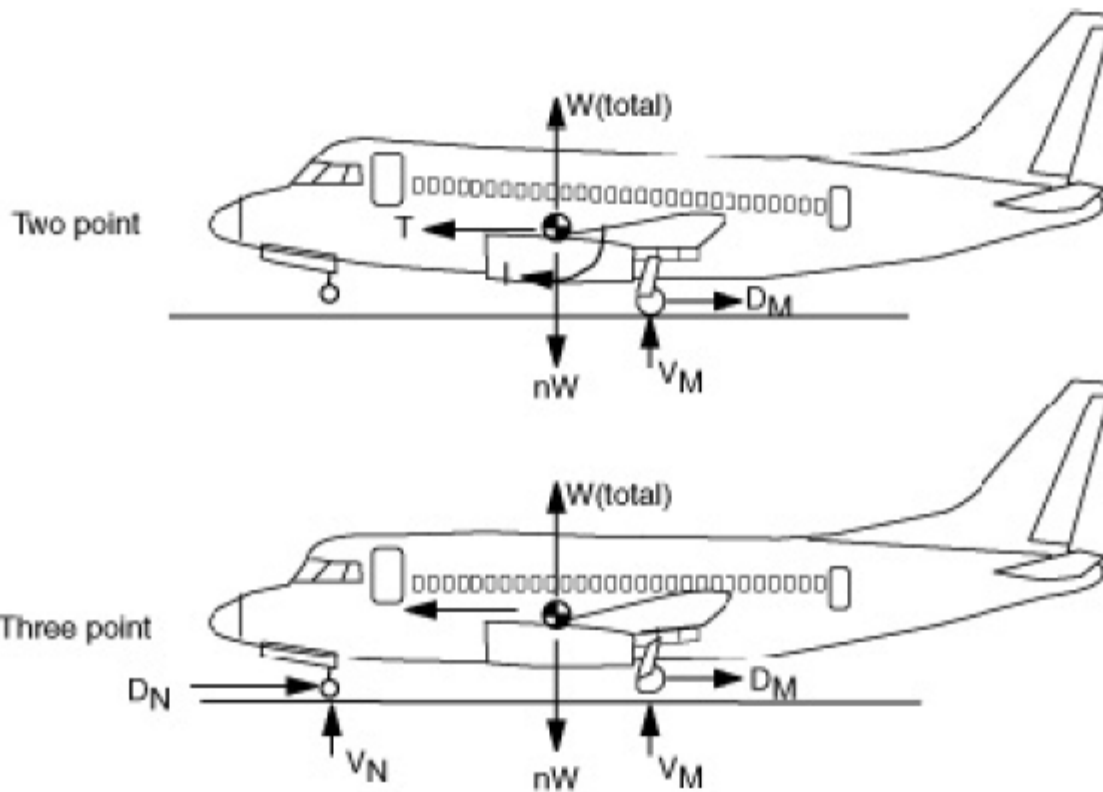


f) Turning

Figure 8.4 Aircraft attitudes under dynamic and static loading conditions [20] (continued)

# Landing gear loads

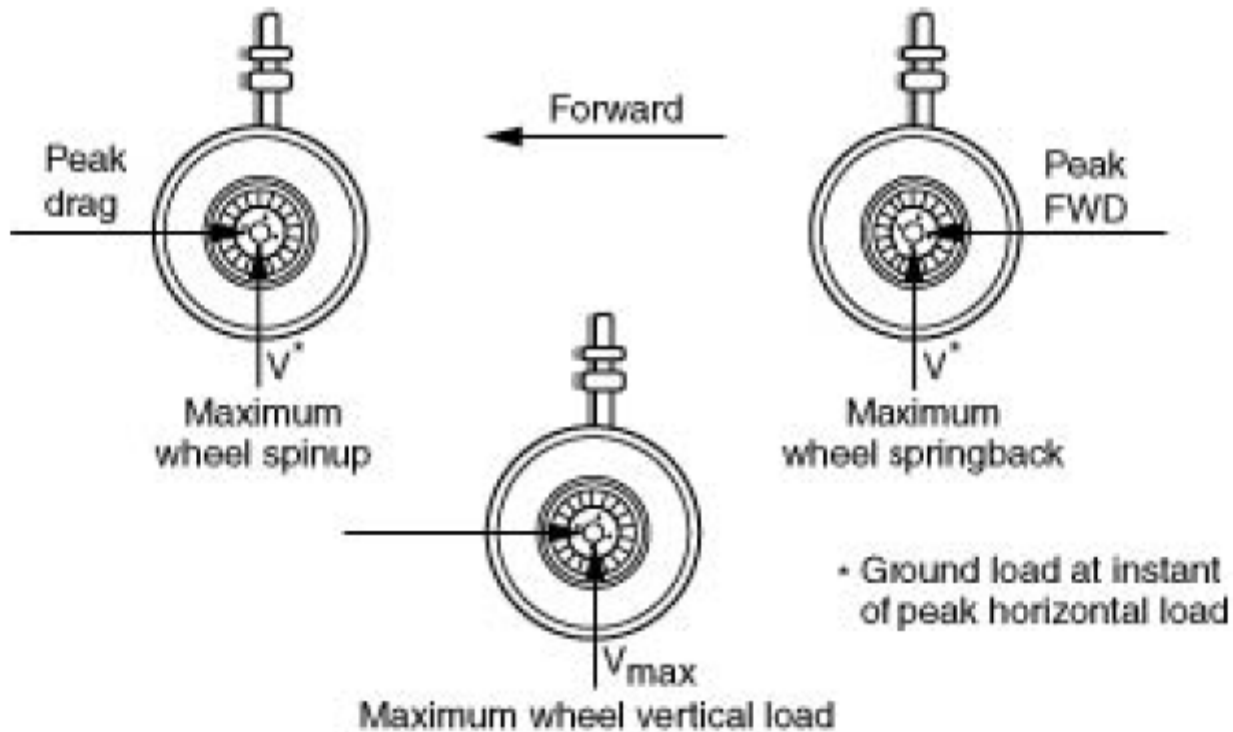
## Two Point and Three Point, Level Landing



$I$  = angular inertia force necessary for equilibrium  
 $T$  = forward component of inertia force

# Landing gear loads

## Max Wheel Loads, Level Landing



# Estudio de Cargas Estructurales – Cargas de Tren de Aterrizaje

- El estudio de las cargas estructurales se ha centrado en las soportadas por el tren de aterrizaje.
  - Los distintos casos se han estudiado para la misión en la que el avión pesa más.
- Se van a calcular los esfuerzos en el tren de aterrizaje para las situaciones de:
  - aterrizaje nivelado (dos y tres puntos), tail down landing, aterrizaje a una rueda, carrera de despegue, balance de frenado (solo en el tren principal y para el tren completo, en los casos de aterrizaje y de despegue) y remolque.
- A continuación se detallan los datos necesarios para el cálculo de los esfuerzos.
  - Los datos geométricos del tren son proporcionados por el departamento de Diseño,
  - Los datos de los pesos son propios del departamento de Estructuras,
  - Los de la posición del centro de gravedad para diferentes configuraciones se obtienen en coordinación con los departamentos de Diseño, Aerodinámica y Estabilidad,
  - El departamento de Actuaciones y Propulsión proporciona los datos de empuje en la situación de aterrizaje y en la de despegue.

# Estudio de Cargas Estructurales – Cargas de Tren de Aterrizaje



METAL FEATHER WING ENGINEERING

- Datos del tren principal (MLG)

Altura:  $h_M = 1.15 \text{ m}$

Radio de la rueda:  $y_M = 0.381 \text{ m}$

Posición del MLG:  $x_M = 9.7 \text{ m}$  (medido desde el morro)

- Datos del tren de morro (NLG)

Altura:  $h_N = 1.15 \text{ m}$

Radio de la rueda:  $y_N = 0.3095 \text{ m}$

Posición del MLG:  $x_N = 2 \text{ m}$  (medido desde el morro)

- Datos del Avión.

Aceleración de la gravedad:  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Peso al despegue:  $W_0 = 34669.5 \text{ kg}$

Peso al aterrizaje:  $W_L = 0.85W_0 = 29469.075 \text{ kg}$

Posición del CG al despegue:  $x_{G_{TO}} = 8.7439 \text{ m}$  (medido desde el morro)

Posición del CG al aterrizaje:  $x_{G_L} = 8.7886 \text{ m}$  (medido desde el morro)

Altura del CG al despegue:  $y_{G_{TO}} = 1.826 \text{ m}$

Altura del CG al aterrizaje:  $y_{G_L} = 1.857 \text{ m}$

Batalla (Wheelbase, distancia entre el NLG y el MLG):  $batalla = x_M - x_N = 7.7 \text{ m}$



# Aterrizaje Nivelado

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante el aterrizaje nivelado, supuesto el fuselaje paralelo al suelo.
- Se distingue entre
  - la condición de dos puntos, es decir aquella en la que sólo está en contacto con el suelo el tren principal,
  - y la de tres puntos, en la que tanto el tren principal como el de morro están soportando carga.
- En esta situación se considera para ambos casos, que el factor de carga es el que indica el RFP para la situación de aterrizaje, cuyo valor es  $n = 3$ .
- El empuje considerado en esta situación es el dado por el departamento de Actuaciones para palanca de 0.05 de reversa, cuyo valor es  $T = 3000 \text{ N}$ .
- El peso y la posición del centro de gravedad son los correspondientes al aterrizaje  $W = W_L$  y  $x_G = x_{GL}$ .

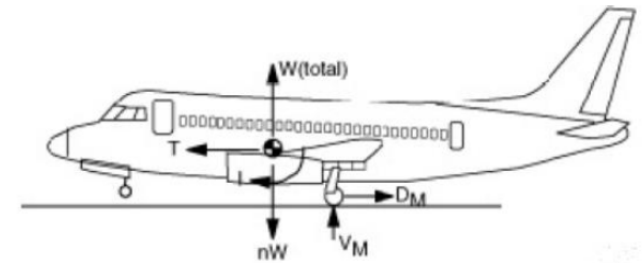
# Aterrizaje nivelado de 2 puntos

## Fuerzas Globales

- Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y en la dirección horizontal, obteniéndose

$$V_M = \frac{1}{2} W_L (n - 1) = 289.091 \text{ KN}$$

$$D_M = \frac{1}{2} T = 1.5 \text{ KN}$$



## Esfuerzos Globales

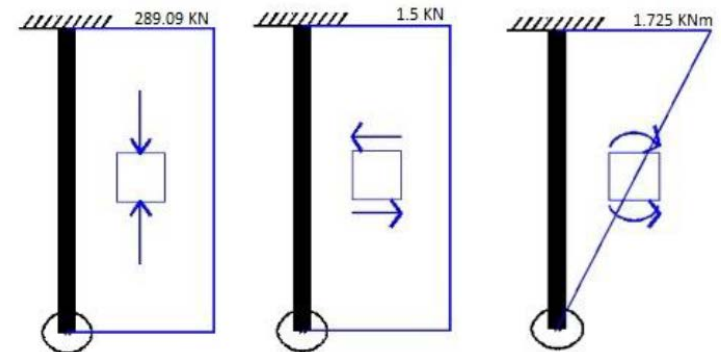
- Se obtienen por el método de equilibrio por tramos para el cálculo de esfuerzos de resistencia de materiales y en estructuras.

Axil:  $N_M = V_M = 289.091 \text{ KN}$  de compresión

Cortante:  $V_{yM} = D_M = 1.5 \text{ KN}$

Flector:  $M_{zM} = h_M D_M = 1.725 \text{ KNm}$

Este es el valor máximo y sigue una evolución lineal desde cero en la rueda hasta el máximo en la parte más alta del tren.



Axil

Cortante

Flector

# Aterrizaje nivelado de 3 puntos

## ■ Fuerzas Globales

- Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y en la dirección horizontal y equilibrio de momentos en la rueda del tren principal, además se impone la condición de que el tren principal soporta el 85% del peso de la aeronave, obteniéndose:

$$V_M = \frac{1}{2} [W_L(n - 1) - V_N]$$

$$V_M = 253.68 \text{ KN}$$

$$D_M = \frac{1}{2} [T - D_N]$$

$$V_N = 70.83 \text{ KN}$$

$$V_N(x_M - x_N) = W_L(n - 1)(x_M - x_{G_L}) + T(y_{G_L} - y_M)$$

$$D_M = 1.32 \text{ KN}$$

$$D_N = 0.367 \text{ KN}$$

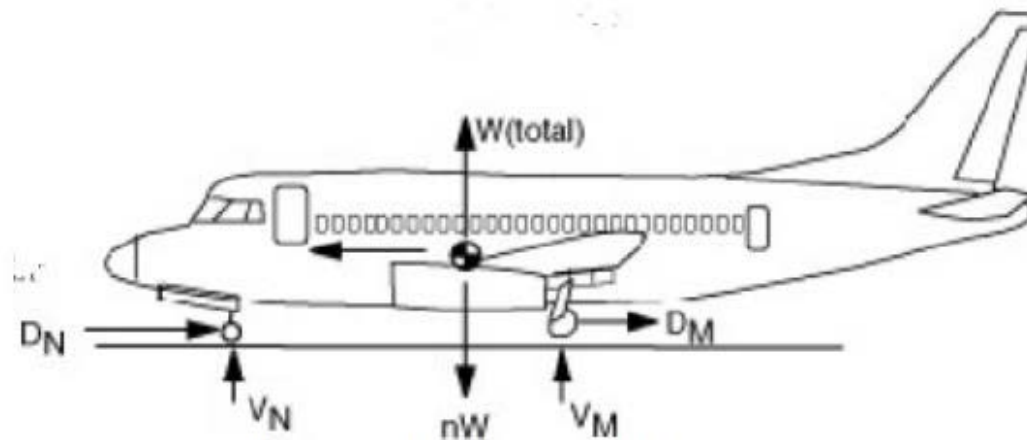


Figura 2.17. Aterrizaje 3 puntos

# Aterrizaje nivelado de 2 puntos

## ■ Esfuerzos Globales

- Se obtienen por el método de equilibrio por tramos para el cálculo de esfuerzos de resistencia de materiales y en estructuras.

Axil:

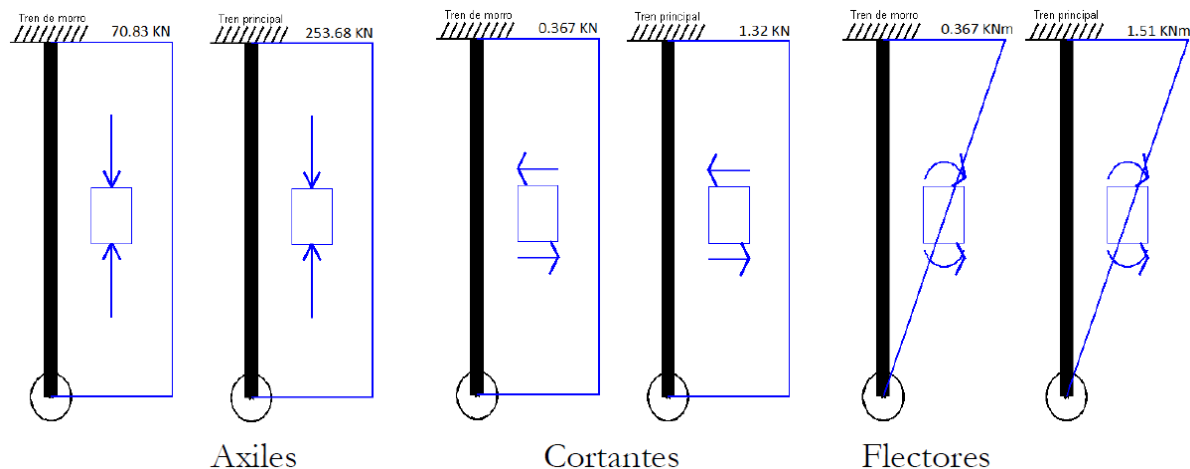
- $N_M = V_M = 253.68 \text{ KN}$  de compresión
- $N_N = V_N = 70.83 \text{ KN}$  de compresión

Cortante:

- $V_{yM} = D_M = 1.32 \text{ KN}$
- $V_{yN} = D_N = 0.367 \text{ KN}$

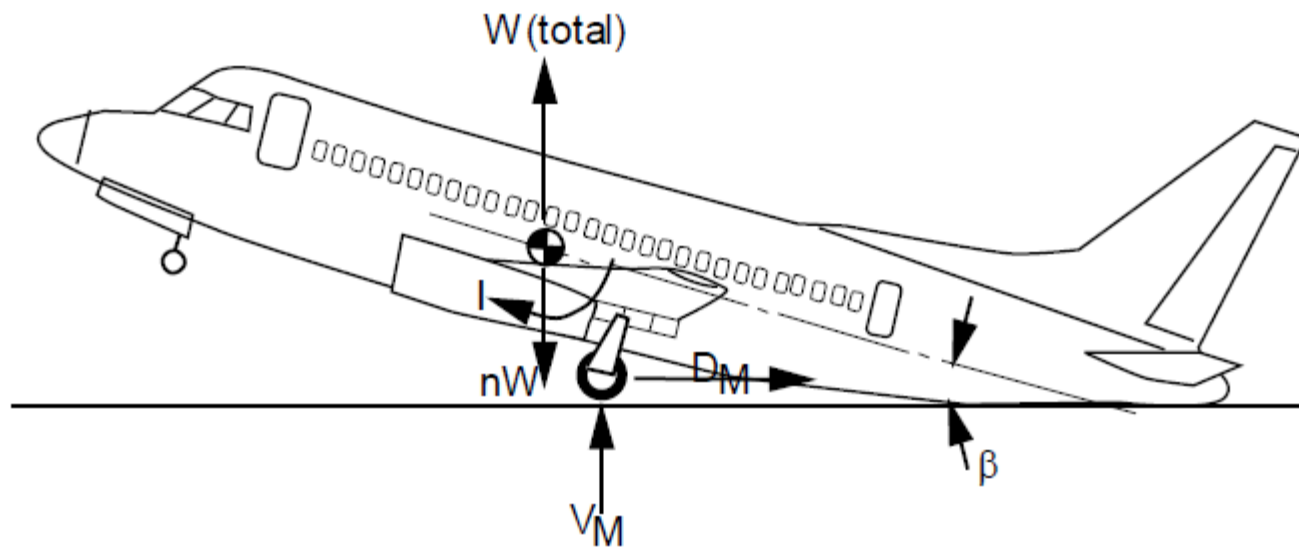
Flector:

- $M_{zM} = h_M D_M = 1.51 \text{ KNm}$
- $M_{zN} = h_N D_N = 0.422 \text{ KNm}$



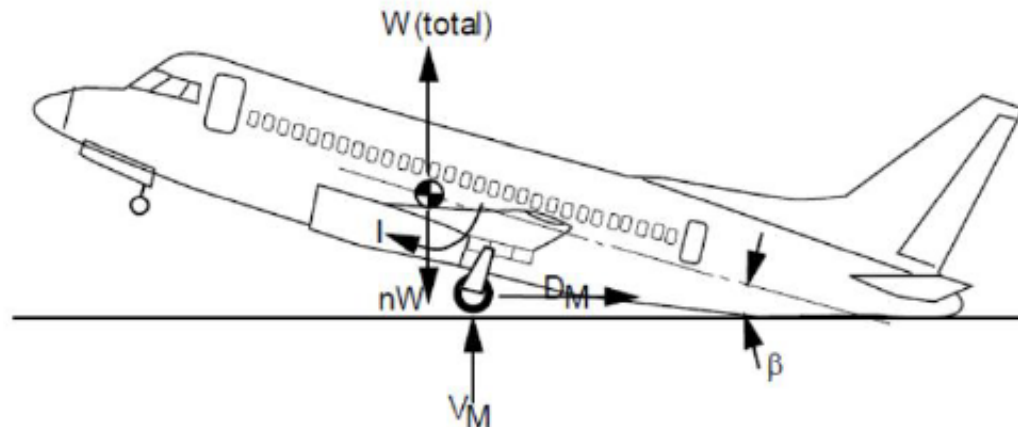
# Landing gear loads

## Tail Down Landing



# Tail down landing

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante la condición de tail down landing, es decir, cuando el avión aterriza con la cola rozando el suelo. Lógicamente, solo soporta carga el tren principal.
- La línea longitudinal del fuselaje guarda un ángulo con la pista  $\beta = 16.34^\circ$ .
- El peso y la posición del centro de gravedad son los correspondientes al aterrizaje  $W = WL$  y  $xG = xGL$ .



# Tail down landing

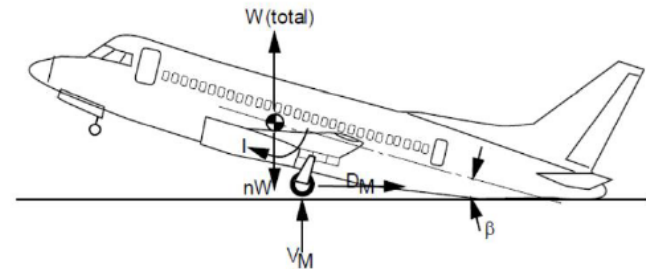
## Fuerzas Globales

- Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y en la dirección horizontal, obteniéndose:

$$V_M = \frac{1}{2} W_L (n - 1) = 289.091 \text{ KN}$$

$$V_{Mx} = V_M \cos(\beta) = 277.42 \text{ KN}$$

$$V_{My} = V_M \text{sen}(\beta) = 81.32 \text{ KN}$$

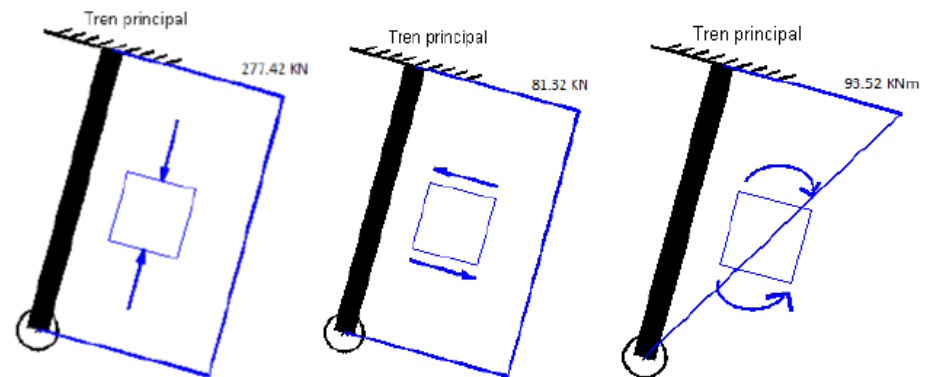


## Esfuerzos Globales

$$\text{Axil: } N = V_{Mx} = 277.42 \text{ KN}$$

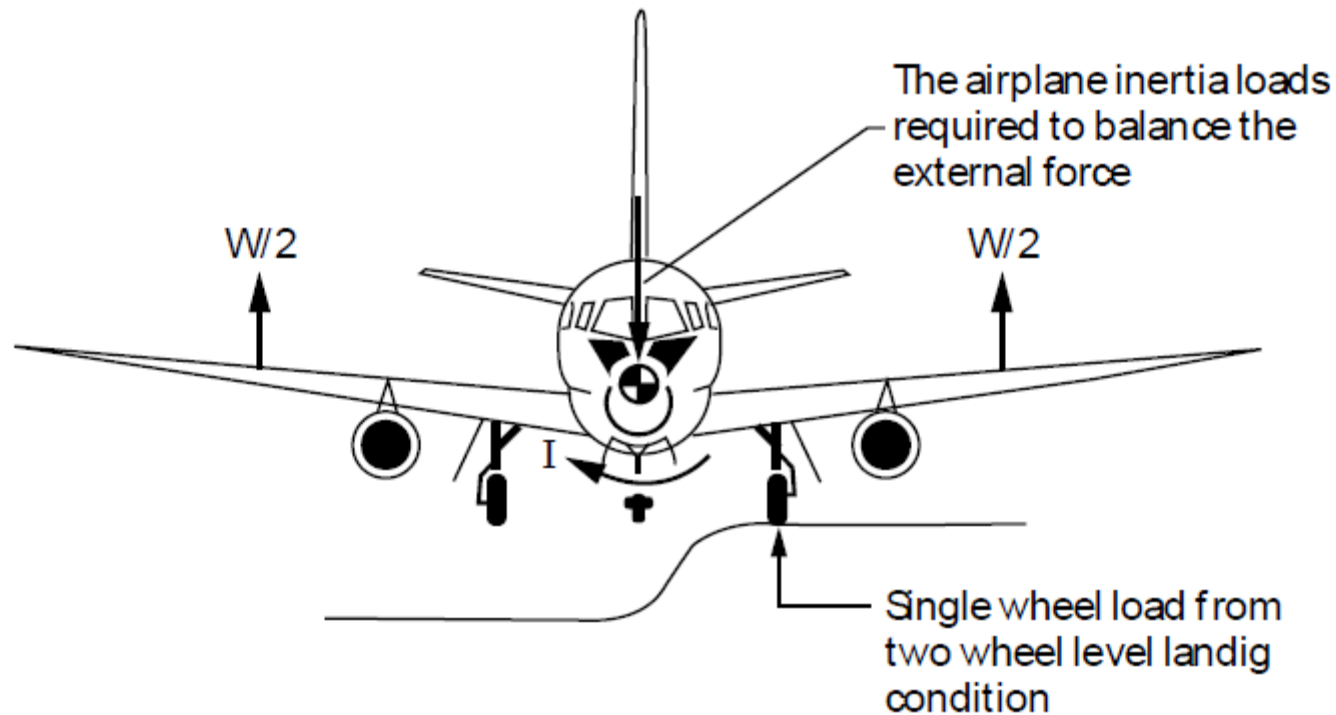
$$\text{Cortante: } V_y = V_{My} = 81.32 \text{ KN}$$

$$\text{Flector: } M_z = h_M V_{My} = 93.52 \text{ KNm}$$



# Landing gear loads

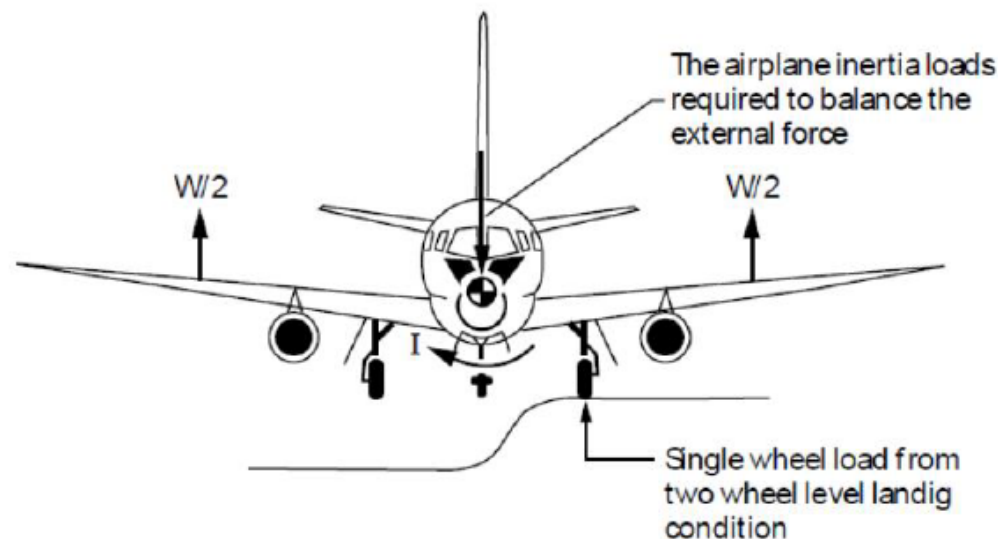
## One-Wheel landing





# Aterrizaje en Una Rueda

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante el aterrizaje a una rueda.
- Toda la carga es soportada por una solo parte de tren principal.
- El peso y la posición del centro de gravedad son los correspondientes al aterrizaje  $W = WL$  y  $xG = xGL$ .



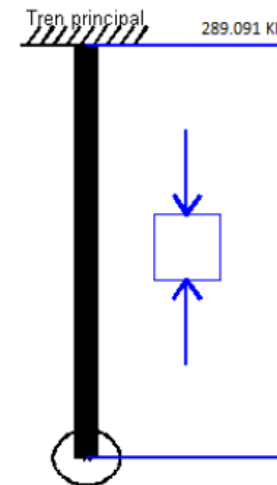
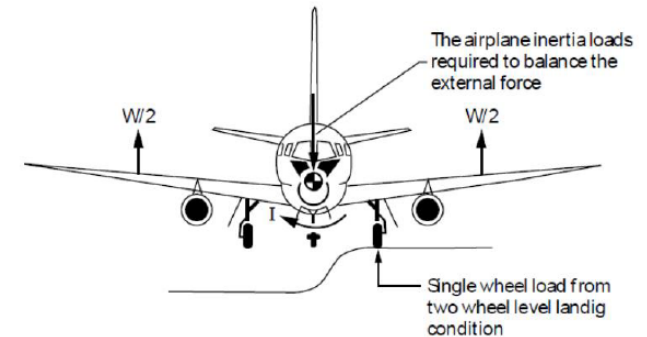
# Aterrizaje en una rueda

- Fuerzas Globales
  - Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y en la dirección horizontal, obteniéndose:

$$V_M = \frac{1}{2} W_L (n - 1) = 289.091 \text{ KN}$$

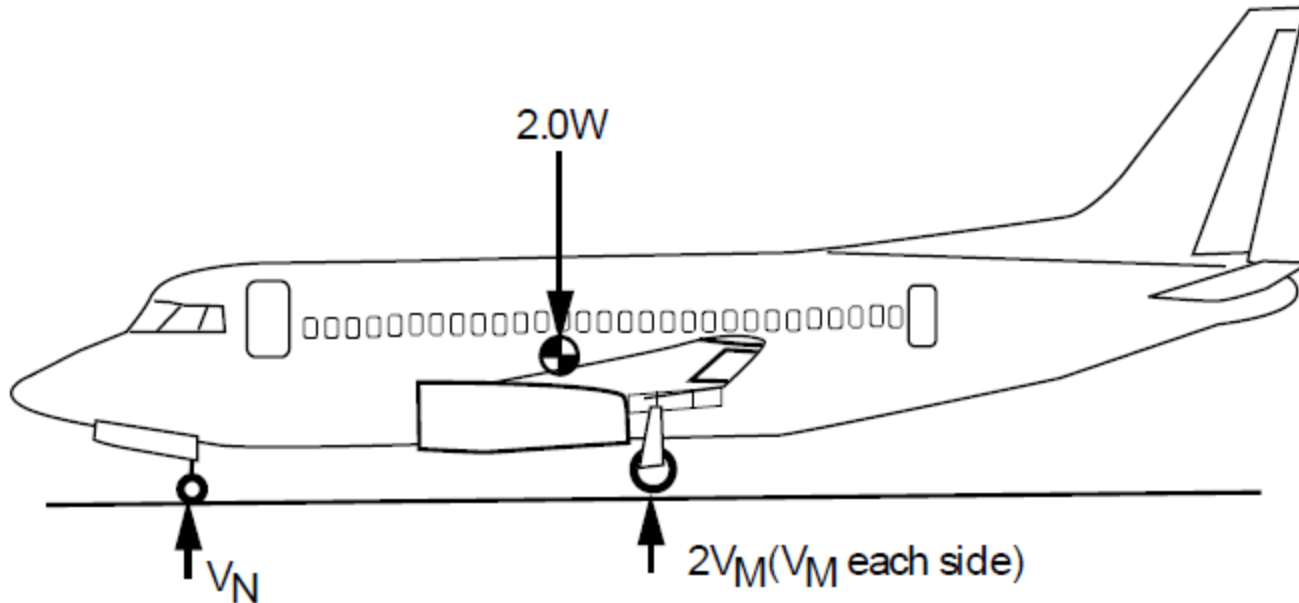
- Esfuerzos Globales

$$\text{Axil: } N = V_M = 289.091 \text{ KN}$$



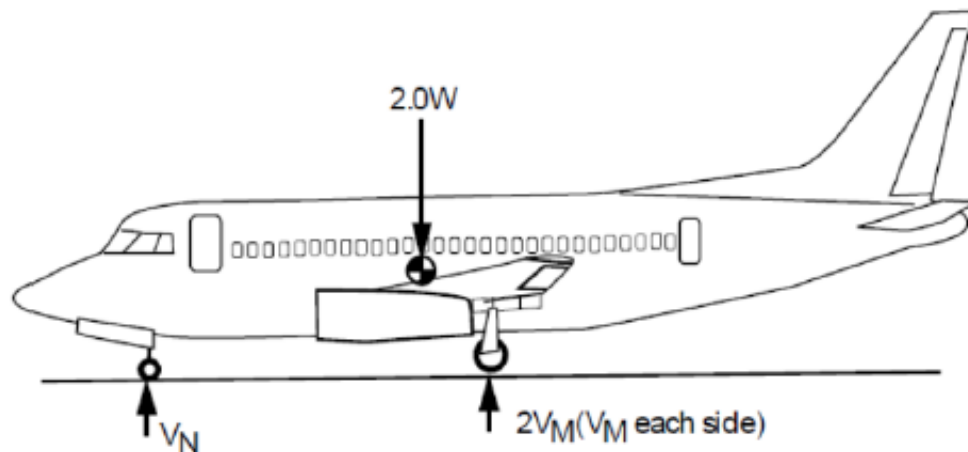
# Landing gear loads

## Takeoff Run



# Carrera de despegue

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante la carrera de despegue, supuesto el fuselaje paralelo al suelo.
- Tanto el tren principal como el de morro están apoyados y soportando carga.
- En esta situación el peso y la posición del centro de gravedad se corresponden a los de despegue  $W = W_0$  y  $x_G = x_{GT0}$ .



# Carrera de despegue

## ■ Fuerzas Globales

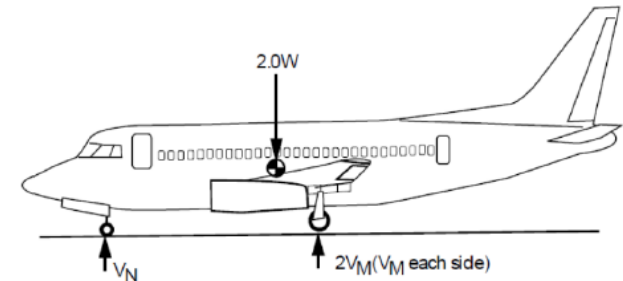
- Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y en la dirección horizontal y equilibrio de momentos en la rueda del tren principal, además se impone la condición de que el tren principal soporta el 85% del peso de la aeronave, obteniéndose:

$$V_M = \frac{1}{2} [W_L(n - 1) - V_N] = 297.877 \text{ KN}$$

$$V_N(x_M - x_N) = 2W(x_M - x_G) = 84.461 \text{ KN}$$

## ■ Esfuerzos Globales

- Se obtienen por el método de equilibrio por tramos para el cálculo de esfuerzos de resistencia de materiales y en estructuras.



Axil:

- $N_M = V_M = 297.877 \text{ KN}$  de compresión
- $N_N = V_N = 84.461 \text{ KN}$  de compresión

# Despegue Nivelado

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante el despegue nivelado supuesto el fuselaje paralelo al suelo.
  - Se distingue entre la condición de dos puntos, es decir aquella en la que sólo está en contacto con el suelo el tren principal, y la de tres puntos, en la que tanto el tren principal como el de morro están soportando carga.
- En esta situación se considera para ambos casos que el empuje es el dado por el departamento de Actuaciones, cuyo valor es  $T = 106.600 \text{ KN}$ .
  - El peso y la posición del centro de gravedad son los correspondientes al despegue  $W = 2W_0$  y  $x_G = x_{GTO}$ .
- Los procedimientos seguidos en el cálculo tanto de las fuerzas globales como de los esfuerzos, son los mismos que para el aterrizaje nivelado, únicamente varían los datos.

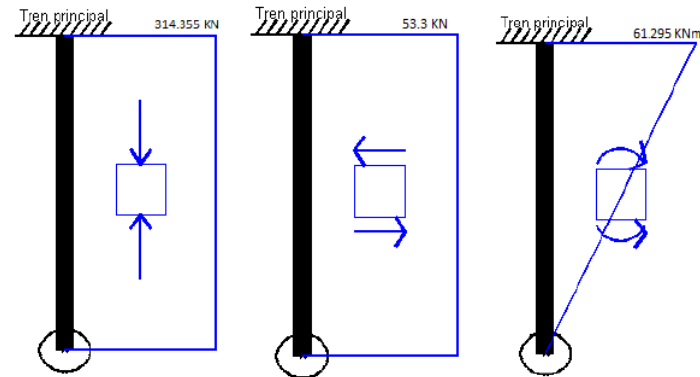
# Despegue Nivelado

- Esfuerzos: 2 puntos

Axil:  $N_M = V_M = 340.108 \text{ KN}$

Cortante:  $V_{yM} = D_M = 53.3 \text{ KN}$

Flector:  $M_{zM} = h_M D_M = 61.295 \text{ KNm}$



- Esfuerzos: 3 puntos

Axil:

- $N_M = V_M = 314.355 \text{ KN}$

- $N_N = V_N = 54.503 \text{ KN}$

Cortante:

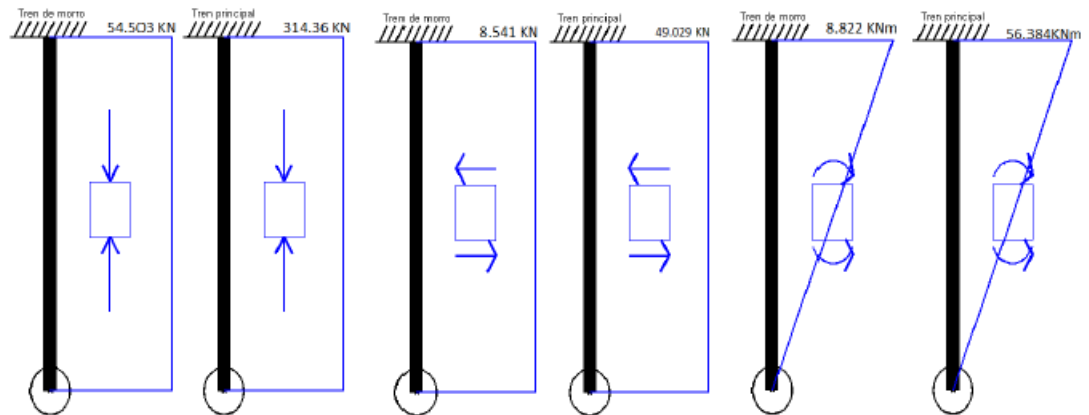
- $V_{yM} = D_M = 49.029 \text{ KN}$

- $V_{yN} = D_N = 8.541 \text{ KN}$

Flector:

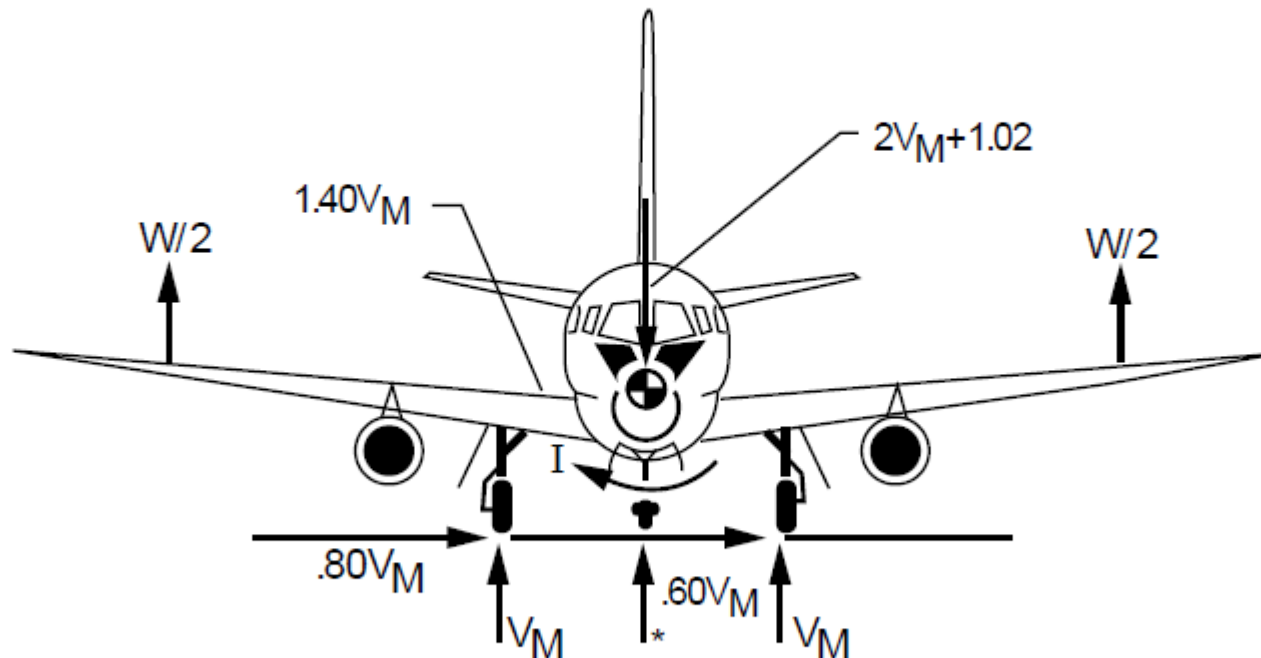
- $M_{zM} = h_M D_M = 56.384 \text{ KNm}$

- $M_{zN} = h_N D_N = 9.822 \text{ KNm}$



# Landing gear loads

## Lateral Drift Landing



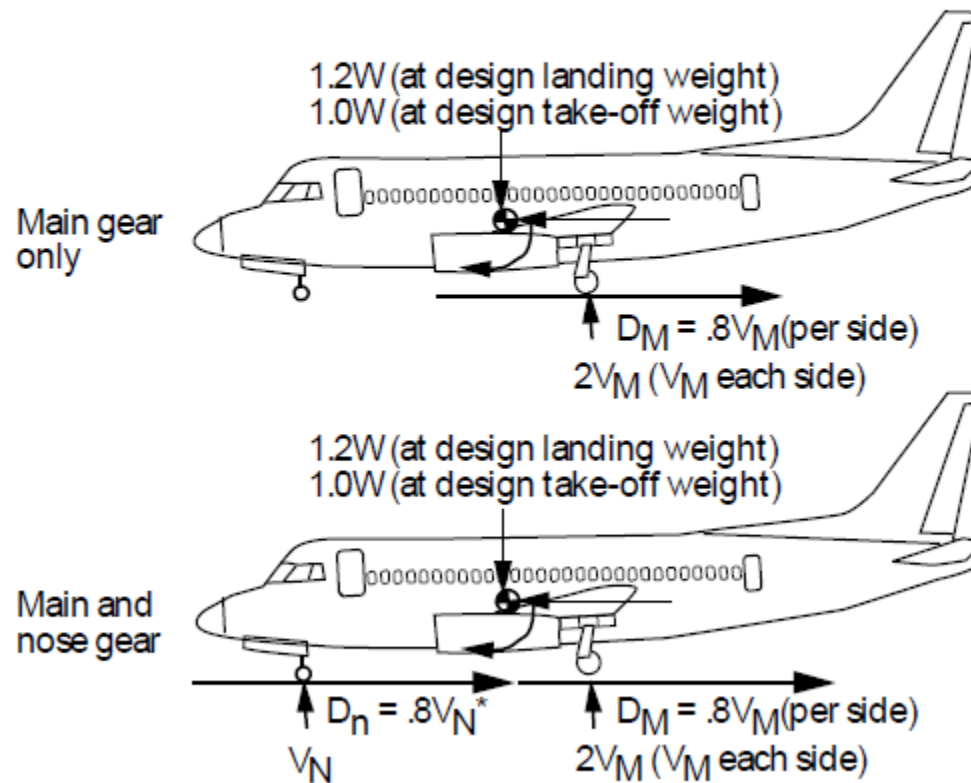
$V_M$  = One-half the maximum vertical ground reaction obtained at each main gear in the level landing conditions

\* Nose gear ground reaction = 0



# Landing gear loads

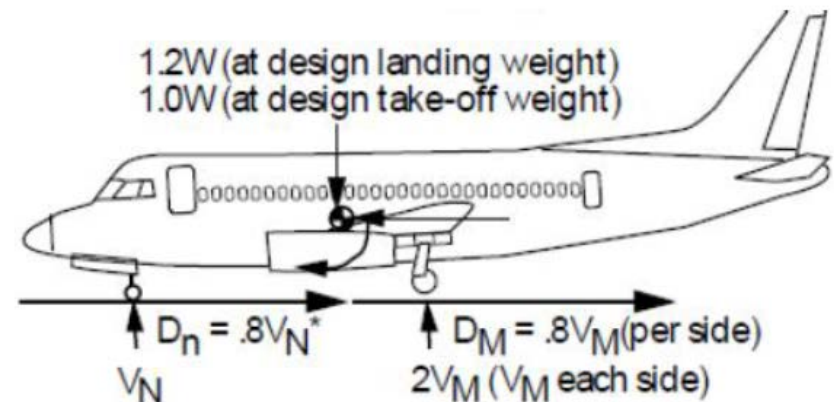
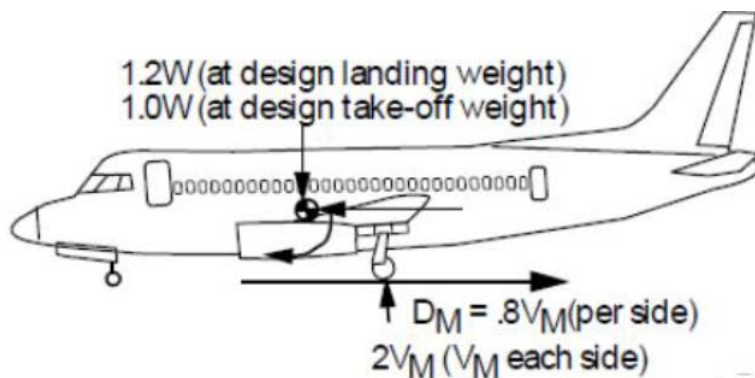
## Braked Roll



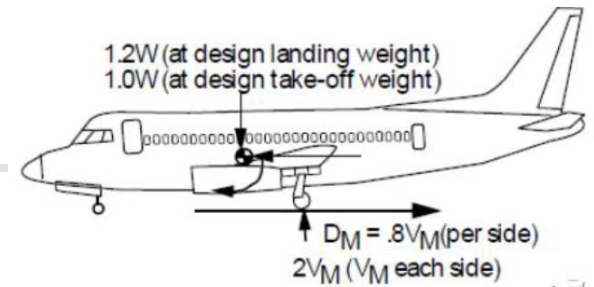
\* Only with nose gear brakes

# Balance de Frenado

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante la situación de balance de frenado.
  - Se distingue entre
    - la condición de dos puntos, es decir, aquella en la que sólo está en contacto con el suelo el tren principal,
    - y la de tres puntos, en la que tanto el tren principal como el de morro están soportando carga.
- Las cargas se han calculado para el caso de aterrizaje, donde tanto el peso como el centro de gravedad son los de la configuración de aterrizaje  $W = WL$  y  $xG = xGL$ , y para el caso de despegue, donde tanto el peso como el centro de gravedad son los de la configuración de despegue  $W = WTO$  y  $xG = xGTO$ .



# Despegue Nivelado



- Despegue Nivelado – 2 Puntos

- Fuerzas Globales

- Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical

$$V_M = \frac{1}{2} 1.2W \text{ (para aterrizaje)}$$

$$V_M = \frac{1}{2} 1.0W \text{ (para despegue)}$$

$$D_M = 0.8 V_M$$

- Esfuerzos:

- Aterrizaje

$$\text{Axil: } N = V_M$$

$$\text{Cortante: } V_{yM} = D_M$$

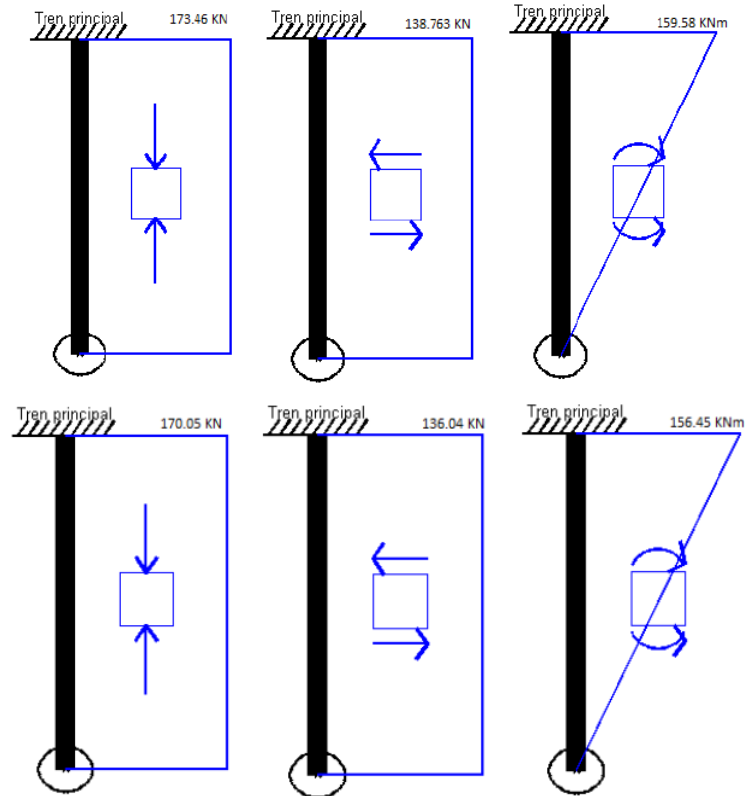
$$\text{Flector: } M_{zM} = h_M D_M$$

- Despegue

$$\text{Axil: } N = 170.05 \text{ KN}$$

$$\text{Cortante: } V_{yM} = 136.04 \text{ KN}$$

$$\text{Flector: } M_{zM} = 156.45 \text{ KNm}$$



# Despegue Nivelado

- Despegue Nivelado – 3 Puntos
- Fuerzas Globales
  - Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y equilibrio de momentos en la rueda del tren principal.

$$V_N + 2V_M = 1.2W \quad (\text{para aterrizaje})$$

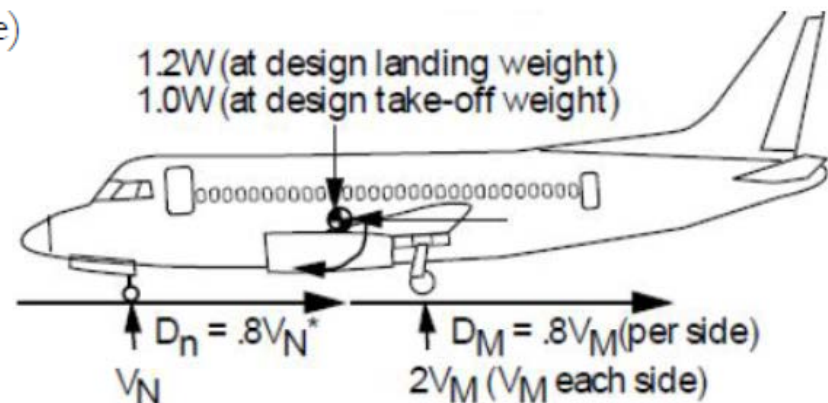
$$V_N + 2V_M = 1.0W \quad (\text{para despegue})$$

$$D_M = 0.8 V_M$$

$$D_N = 0.8 V_N$$

$$V_N(x_M - x_N) = 1.2W(x_M - x_{GL}) \quad (\text{para aterrizaje})$$

$$V_N(x_M - x_N) = 1.0W(x_M - x_{GL}) \quad (\text{para despegue})$$



# Despegue Nivelado

## Esfuerzos:

### Aterrizaje

Axil:

- $N_M = V_M$
- $N_N = V_N$

Cortante:

- $V_{yM} = D_M$
- $V_{yN} = D_N$

Flector:

- $M_{zM} = h_M D_M$
- $M_{zN} = h_N D_N$

Axil:

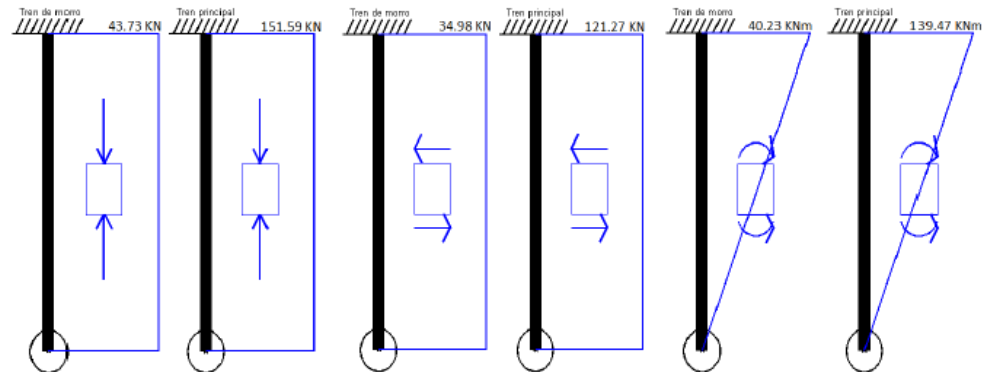
- $N_M = 151.59 \text{ KN}$
- $N_N = 43.73 \text{ KN}$

Cortante:

- $V_{yM} = 121.27 \text{ KN}$
- $V_{yN} = 34.98 \text{ KN}$

Flector:

- $M_{zM} = 139.47 \text{ KNm}$
- $M_{zN} = 40.23 \text{ KNm}$



### Despegue

Axil:

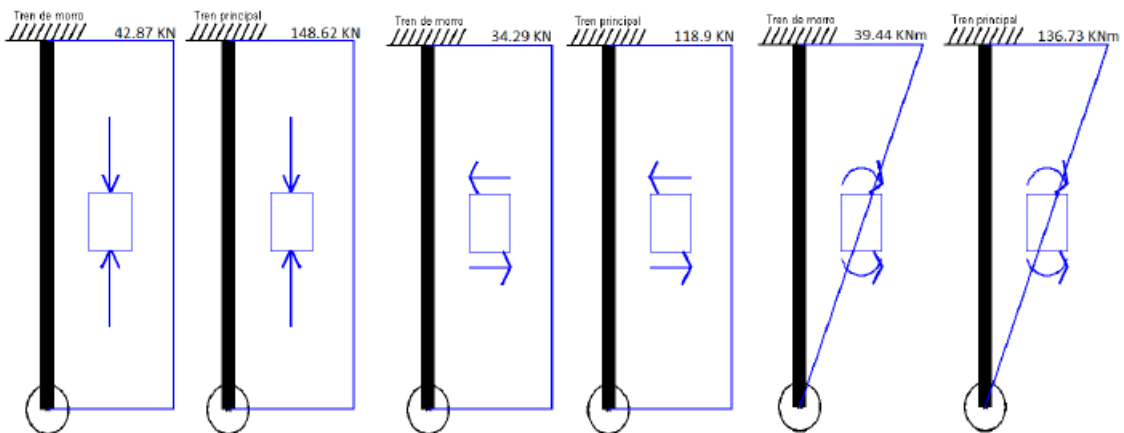
- $N_M = 148.62 \text{ KN}$
- $N_N = 42.87 \text{ KN}$

Cortante:

- $V_{yM} = 118.9 \text{ KN}$
- $V_{yN} = 34.29 \text{ KN}$

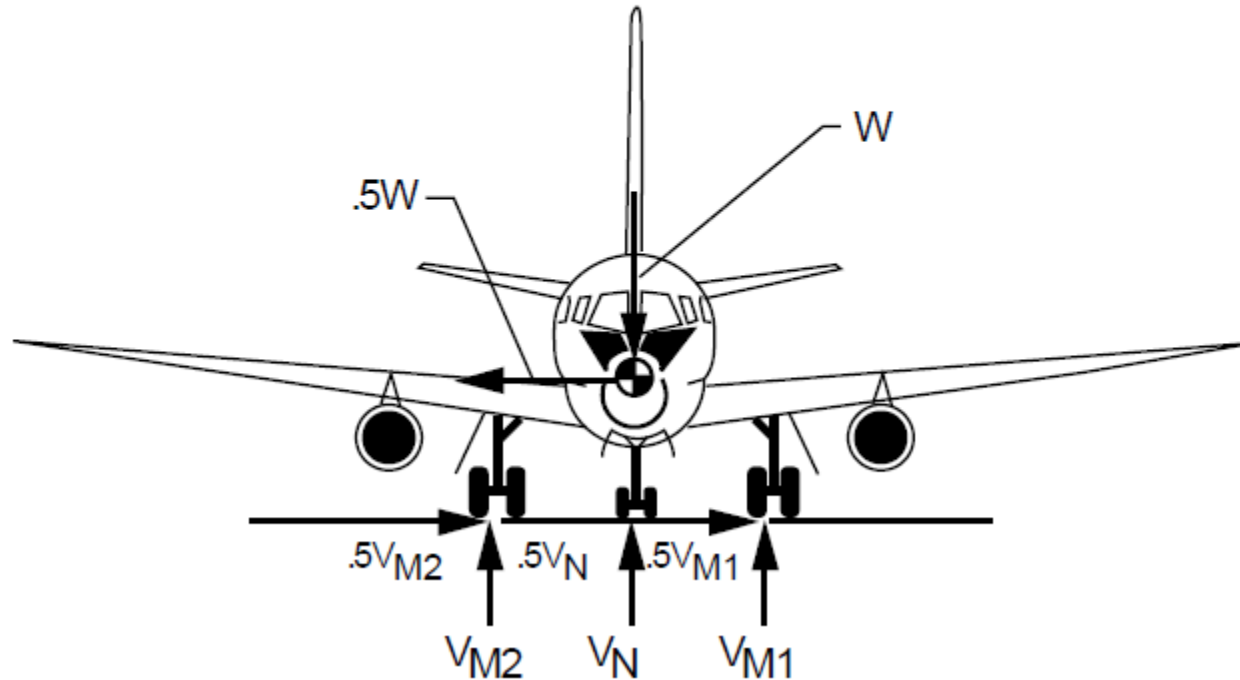
Flector:

- $M_{zM} = 136.73 \text{ KNm}$
- $M_{zN} = 39.44 \text{ KNm}$



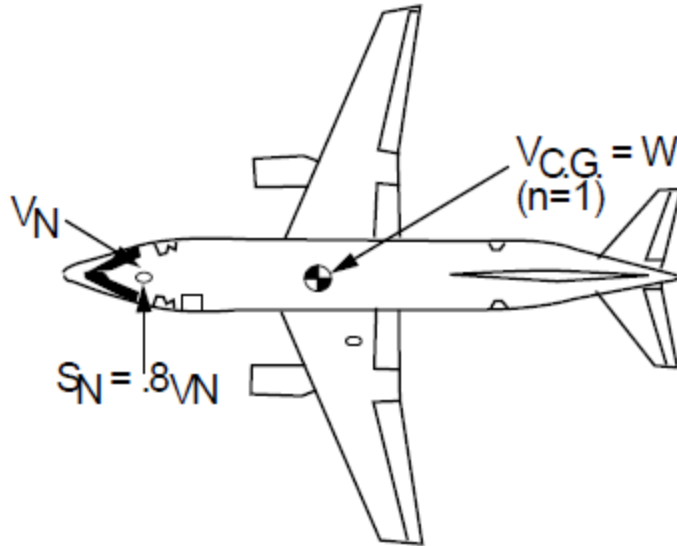
# Landing gear loads

## Ground Turning

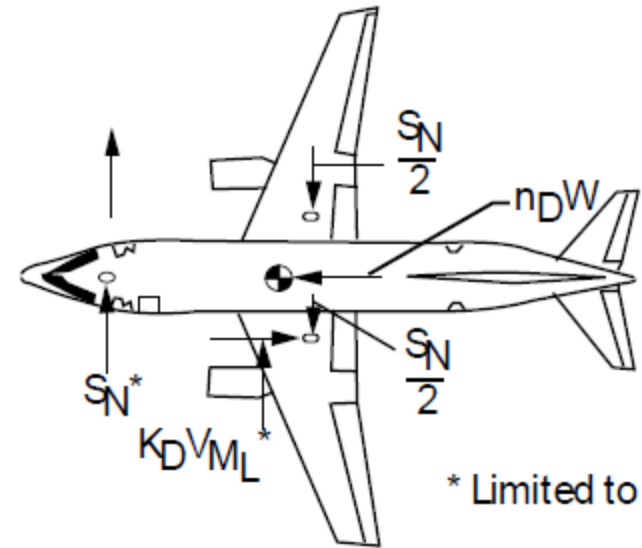


# Landing gear loads

## Nose Wheel Yawing



Nose gear side load

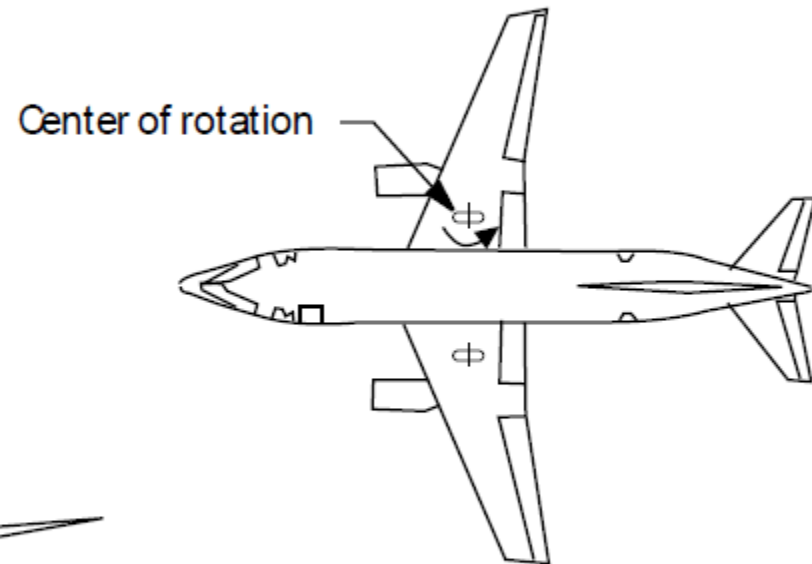
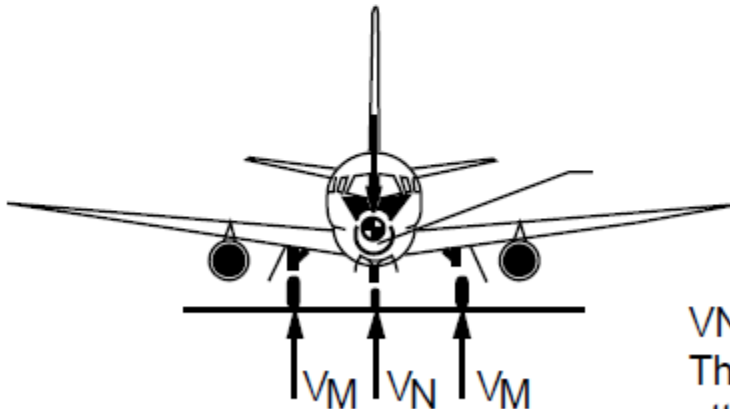


Unsymmetrical braking

\* Limited to

# Landing gear loads

## Pivoting

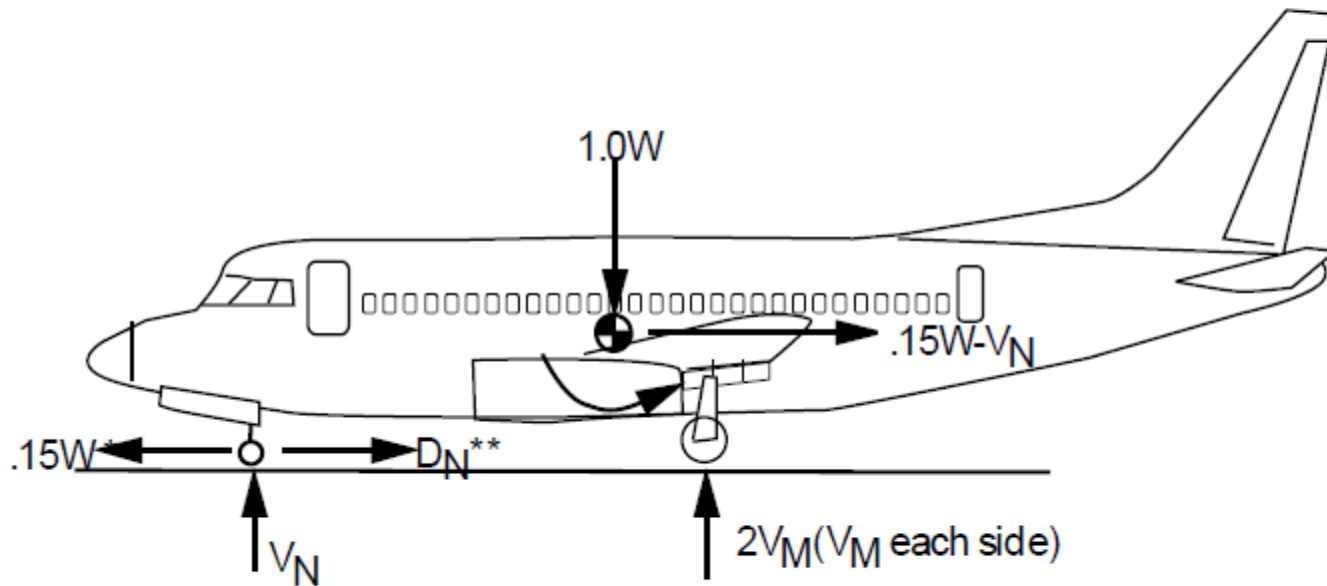


$V_N$  and  $V_M$  are static ground reactions. The airplane is in the three point attitude. Pivoting is assumed to take place about one main landing gear unit.



# Remolque

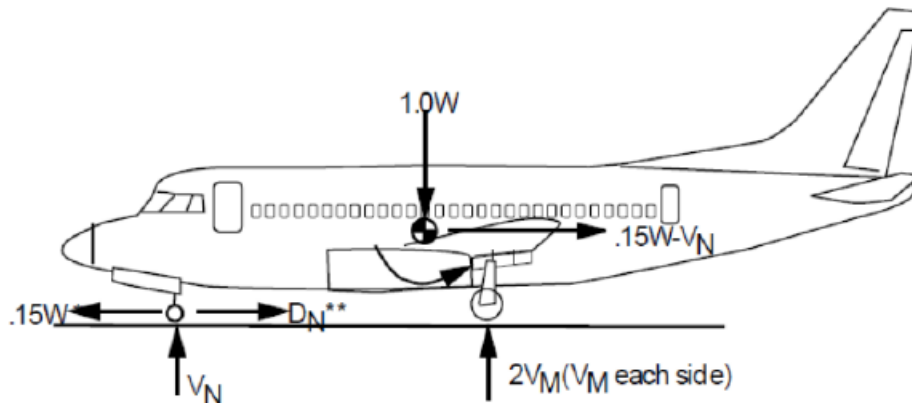
## Towing



- \* Applied at tow fitting
- \*\* Applied at axle

# Remolque

- Se realiza un estudio de las cargas soportadas por el tren de aterrizaje durante el remolque del avión por un vehículo tractor.
- Tanto el tren principal como el de morro están soportando carga.
- Se supone que el remolque se hace tirando del enganche situado en la parte inferior del tren de morro, junto a la rueda.
- Se establece que la fuerza con que se tira del tren de morro para remolcar el avión es el 15% del peso del mismo,  $0.15W$ .
- El peso y la posición del centro de gravedad son los correspondientes al despegue  $W_0$  y  $x_G = x_{GT_0}$



# Remolque

## Fuerzas Globales:

- Se calculan haciendo equilibrio de fuerzas en la dirección vertical y en la dirección horizontal, y equilibrio de momentos en la rueda del tren principal, obteniéndose:

$$V_N + 2V_M = W$$

$$D_N = 0.15W - (0.15W - V_N) = V_N$$

$$V_N(x_M - x_N) = W(x_M - x_{GL}) - (0.15W - V_N)(y_{GL} - y_M)$$

$$V_M = 128.334 \text{ KN}$$

$$V_N = 32.421 \text{ KN}$$

$$D_N = 32.42 \text{ KN}$$

## Esfuerzos

- Se obtienen por el método de equilibrio por tramos para el cálculo de esfuerzos de resistencia de materiales y en estructuras.

Axil:

- $N_M = V_M = 128.334 \text{ KN}$

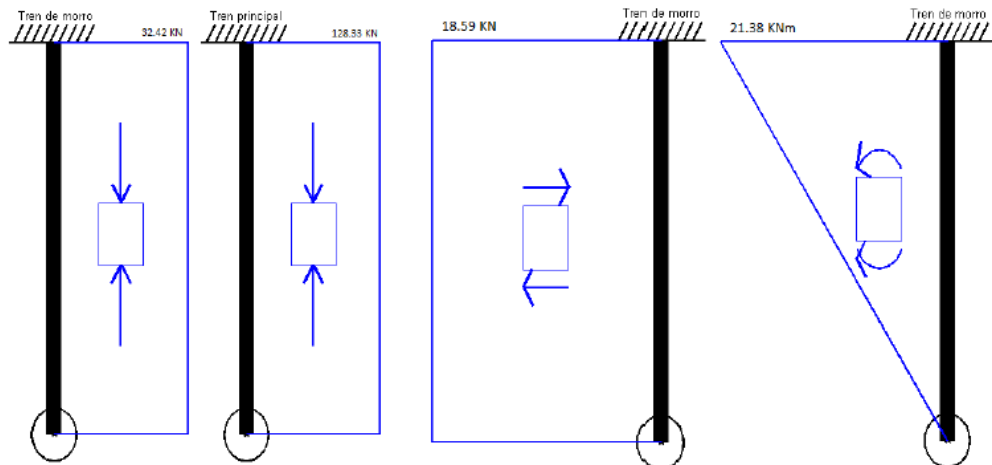
- $N_N = V_N = 32.421 \text{ KN}$

Cortante:

- $V_{yN} = D_N - 0.15W = -18.595 \text{ KN}$

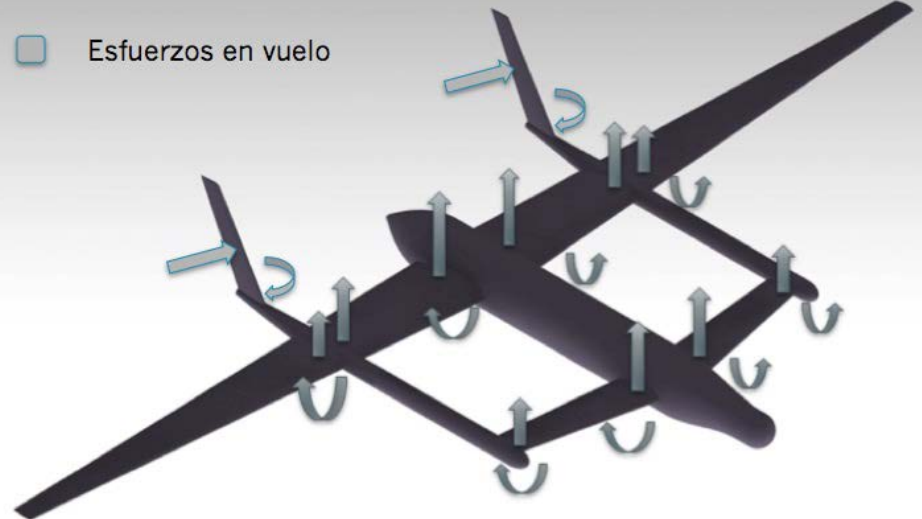
Flector:

- $M_{zN} = h_N V_{yN} = -21.384 \text{ KNm}$



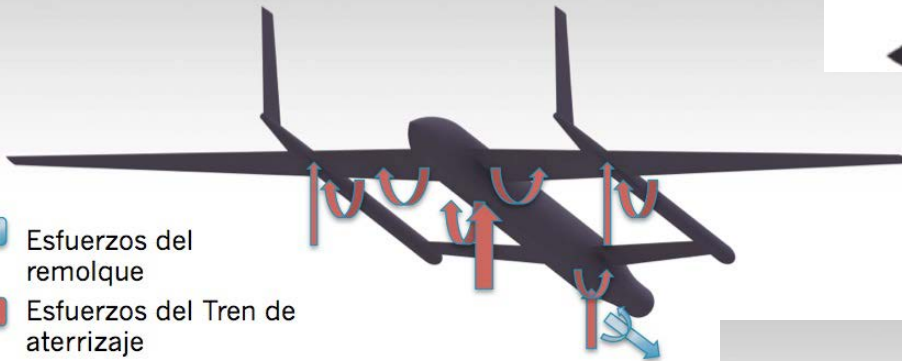
# Ejemplos Esfuerzos - I

□ Esfuerzos en vuelo



□ Esfuerzos del remolque

■ Esfuerzos del Tren de aterrizaje

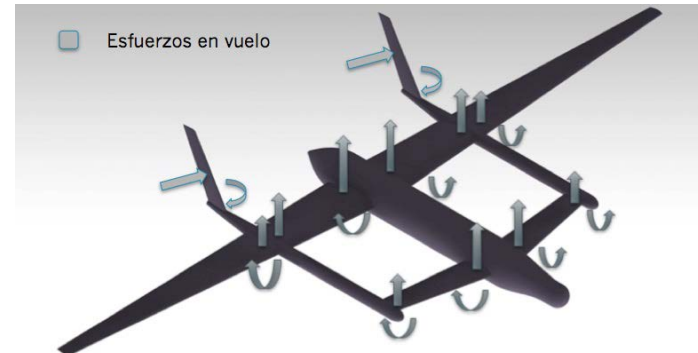
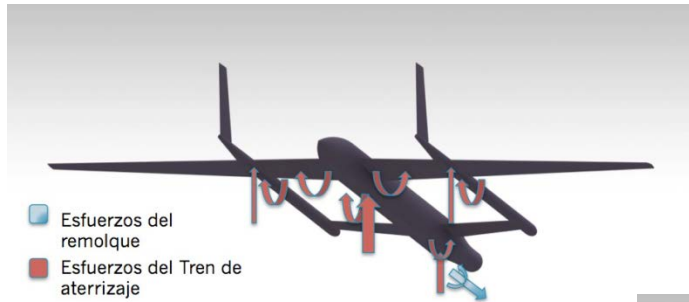
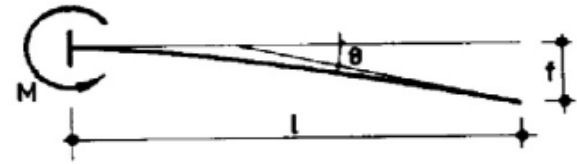
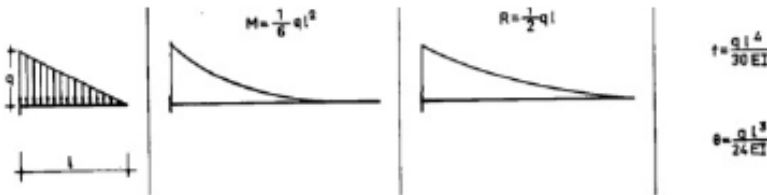


■ Esfuerzos producidos por los motores



# Ejemplos Esfuerzos - I

- Teoría de Resistencia de materiales.
  - Modelos viga empotrada por uno de sus extremos



# Ejemplos Esfuerzos - I

- Canard: Distribución 30 - 70 de los esfuerzos totales calculados con el modelo de la viga empotrada:
  - Ejemplo: *Boom* soporta el 30% de los esfuerzos y el encastre, junto al fuselaje soporta el 70% restante.
- Ala: Distribución es de 60% para el encastre junto al fuselaje, el 25% para el encastre de la unión *Boom - Fuselaje* y el 15% restante para el encastre que soporta el resto del *Ala*.
- *Vertical* y de un motor: Esfuerzos calculados de una manera tradicional, obteniéndose sus esfuerzos asociados mediante brazos y fuerzas
- Tren de aterrizaje: modelo para cuando se encuentra estacionada la aeronave y otro para cuando está en fase de rotación tanto en el despegue como en el aterrizaje. Para el caso de estacionamiento en tierra, se ha calculado también de una manera tradicional mediante fuerzas y brazos de momentos, repartiendo el 10% del peso al tren delantero, 80% al tren principal y 5% a cada uno de los dos trenes laterales.
- En cuanto a la rotación se ha tomado un factor de carga de 1,3 con una sustentación del 60% del peso, un ángulo de rotación de 15 grados y un ángulo de empuje de motor de 0 grados.

# Esfuerzos Superficies

Esfuerzos Canard (30/70)	Magnitud
Momento encastre del fuselaje sin Boom	249715,345
Resultante encastre del fuselaje sin Boom	74982,087
Momento $Y_{cg}$	593080,344
Momento encastre fuselaje	174800,741
Momento encastre Boom	74914,603
Resultante encastre fuselaje	52487,461
Resultante encastre Boom	22494,626

Tabla 4: Esfuerzos en el Canard

Esfuerzos alas (60/25/15)	Magnitud
Momento encastre del fuselaje sin Boom	1874552,187
Resultante encastre del fuselaje sin Boom	193919,191
Momento $Y_{cg}$	-26106,759
Momento encastre fuselaje	1124731,312
Momento encastre Boom 1	468638,046
Momento encastre Boom 2	281182,828
Resultante encastre fuselaje	116351,515
Resultante encastre Boom 1	48479,797
Resultante encastre Boom 2	29087,878

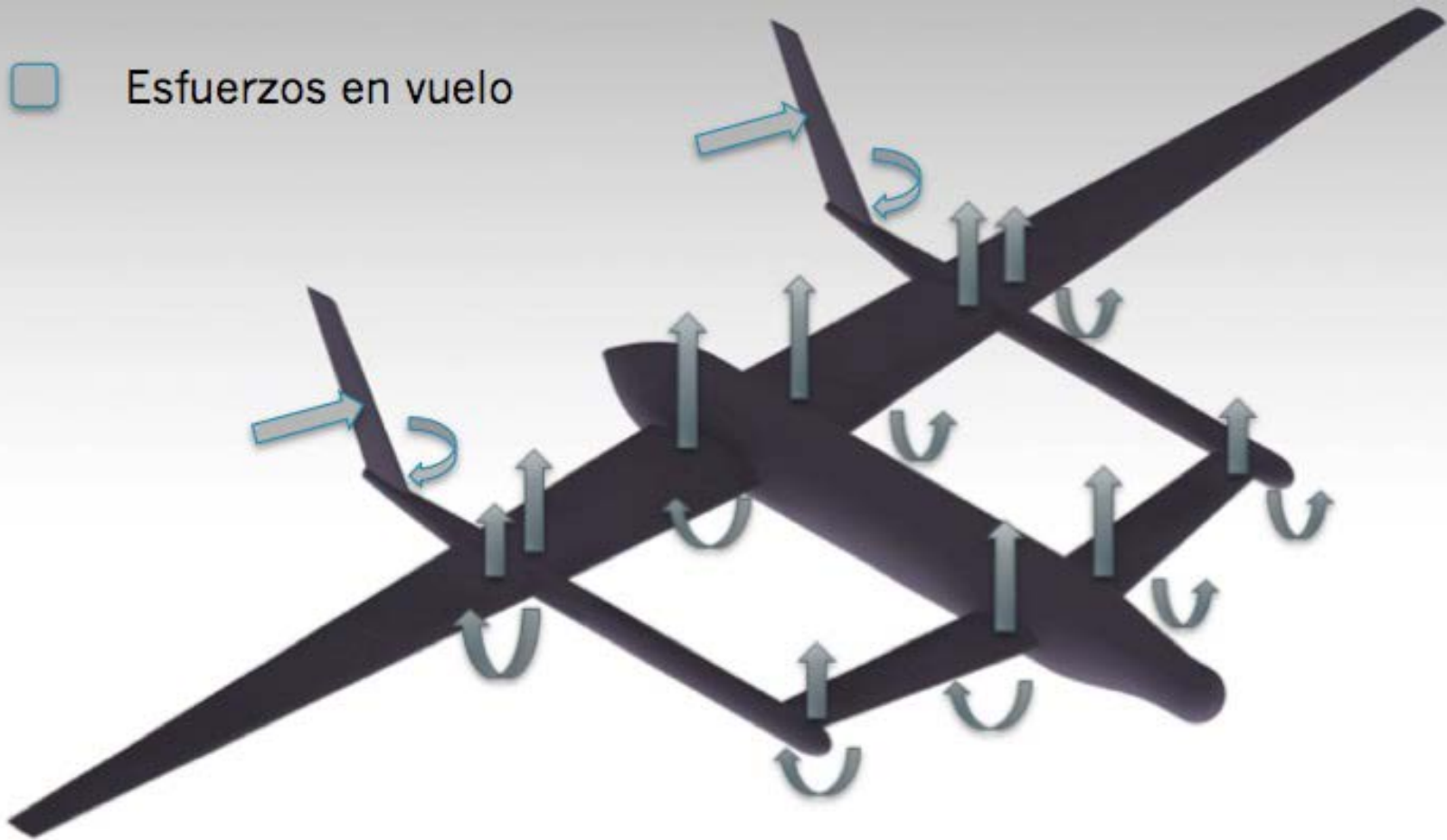
Tabla 5: Esfuerzos en el ala

Esfuerzos estabilizador vertical 1	Magnitud
Momento encastres	1333,333
Resultante encastre	1000,000
Momento $Z_{cg}$	4340,373

Tabla 6: Esfuerzos en el estabilizador vertical

# Ejemplo Esfuerzos

Esfuerzos en vuelo





# Esfuerzos Tren y Motor

Tren de Aterrizaje	Magnitud
Normal Tren Delantero	51711,784
Normal Tren Principal (80%)	413694,276
Normal Tren Lateral (X1) (5%)	25855,892
Momento Tren Delantero $Y_{cg}$	450390,354
Momento Tren Principal $Y_{cg}$	120125,648
Momento Tren Lateral $Y_{cg}$ (x1)	33363,745
Momento Tren Delantero $X_{cg}$	0 (Centrado)
Momento Tren Principal $X_{cg}$	0 (Centrado)
Momento Tren Lateral (X1) $X_{cg}$	304101,724

Tabla 7: Esfuerzos en el tren principal

Aterrizaje/Despegue Rotación/Tren Aterrizaje	Magnitud
Peso en el Tren	115359,747
Normal Tren Delantero	0
Normal Tren Principal	103823,773
Normal Tren Lateral	5767,987
Momento Tren Delantero $Y_{cg}$	0
Momento Tren Principal $Y_{cg}$	29120,368
Momento Tren Lateral $Y_{cg}$ (X1)	7189,246
Momento Tren Delantero $X_{cg}$	0 (Centrado)
Momento Tren Principal $X_{cg}$	0 (Centrado)
Momento Tren Lateral (X1) $X_{cg}$	65533,078

Tabla 8: Esfuerzos en Aterrizaje/Despegue Rotación/Tren Aterrizaje

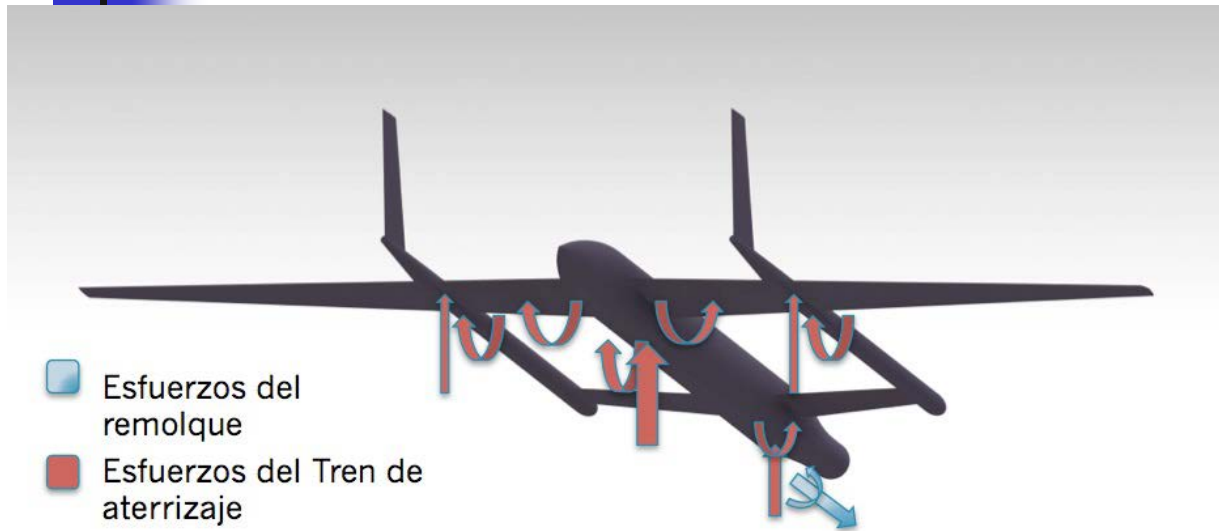
Arrastre en Tierra	Magnitud
Fuerza aplicada Tren Delantero	51711,784
Momento resultante en Tren Delantero $Y_{cg}$	548,097

Tabla 9: Esfuerzos en Arrastre en Tierra

Esfuerzos producidos por un motor	Magnitud
Cortante	153890,000
Momento $Z_{cg}$	69250,500
Momento $Y_{cg}$	84639,500
Momento $X_{cg}$	6401,115

Tabla 10: Esfuerzos producidos por un motor

# Ejemplo Esfuerzos



# Cálculo Requisitos Estructurales

- Estudio de las cargas de un aeronave: Ejemplo Cessna 172 Skyhawk
  - Structural Design Loads
  - Wing Torsion (Momento Torsor)
  - Wing Skin and Spar Web Thickness
  - Wing Bending Flexure
  - Wing Shear (Esfuerzo Cortante)
  - Wing Bending Moment (Momento Flector)
  - Combined Flexure and Torsion

# General information Cessna 172 Skyhawk - I

The Cessna 172 Skyhawk is an all-metal, high wing, single-engine airplane with a tricycle landing gear. The construction of the fuselage is a conventional formed sheet metal. The major structural areas are the front and rear carry-through spars to which the wings are attached, a bulkhead and forgings for main landing gear attachment, and a bulkhead with attaching plates at the base of the forward door posts. Four engine mount stringers are also attached to the forward door posts and extended forward to the firewall.

The wings are externally braced and contain the fuel tanks. The Cessna 172 Skyhawk has an upswept wing, an aspect ratio of 7.44, and airfoil-section thickness ratios that vary from 14 percent at the root to 12 percent at the tip. They are constructed of a front and rear spar with sheet metal ribs, doublers, and stringers. The entire structure is covered with an aluminum skin. Conventional hinged ailerons and single-slot flaps are attached to the trailing edge of the wings. The ailerons are constructed of a forward spar containing a balance weight, metal ribs, and aluminum skin joined together at the trailing edge.

The empennage consists of a conventional vertical stabilizer, rudder, horizontal stabilizer, and elevator. The vertical stabilizer consists of a spar, formed sheet metal ribs and reinforcements, a wrap-around skin panel, and formed leading edge skin. To improve directional stability, the vertical tail has a relatively large dorsal fin together with a small ventral fin. The rudder is constructed of a formed leading edge skin containing hinge halves, ribs, and a ground adjustable trim tab at the base of the trailing edge.

# General information Cessna 172 Skyhawk - II

## Engine:

The airplane is powered by a horizontally-opposed, four-cylinder, air-cooled engine. The engine is a Lycoming Model and is rated at 160 horsepower at 2700 RPM. The engine has a belt driven alternator and dual magnetos.

## Performance:

- Max Speed at Sea Level                      125 knots
- Max Cruise Speed                              122 knots
- Max Range (40 Gallons)                      575 NM (Approximately 5.7 hours)
- Service Ceiling                                 14,200 ft.
- Takeoff – Ground Roll                        805 ft.
- Takeoff– distance to clear 50 ft.          1440 ft.

## Weights and Loading:

The Skyhawk is a recreational aircraft designed for stable flight and moderate maneuvers. Although the standard empty aircraft weighs under a ton the Skyhawk can hold loads exceeding half its weight.

- |                         |          |                     |                         |
|-------------------------|----------|---------------------|-------------------------|
| ▪ Max Weight            | 2300 lbs | ▪ Max Useful Load   | 907 lbs                 |
| ▪ Standard Empty Weight | 1393 lbs | ▪ Baggage Allowance | 120 lbs                 |
|                         |          | ▪ Wing Loading      | 13.2 lb/ft <sup>2</sup> |
|                         |          | ▪ Power Loading     | 14.4 lb/HP              |
|                         |          | ▪ Fuel Capacity     | 43 gallons              |

# General information Cessna 172 Skyhawk - II

## Dimensions:

The Cessna 172 seats a maximum of two occupants. This model arranges both occupants side by side. The aircraft's wingspan is slightly longer than its overall length which increases the wind area for needed lift. The Cessna 172 utilizes a two fin propeller.

▪ Airfoil Thickness	6.4 inches (mid wing)
▪ Wing Span	36 ft
▪ Wing Area	174 ft <sup>2</sup>
▪ Height Overall	9.8 ft
▪ Length Overall	26.9 ft
▪ Tail Span	11.33 ft
▪ Propeller: fixed pitch (diameter)	75 in
▪ Cabin	
○ Length	7.5 ft
○ Height	4 ft
○ Width	5 ft

# General information Cessna 172 Skyhawk - III

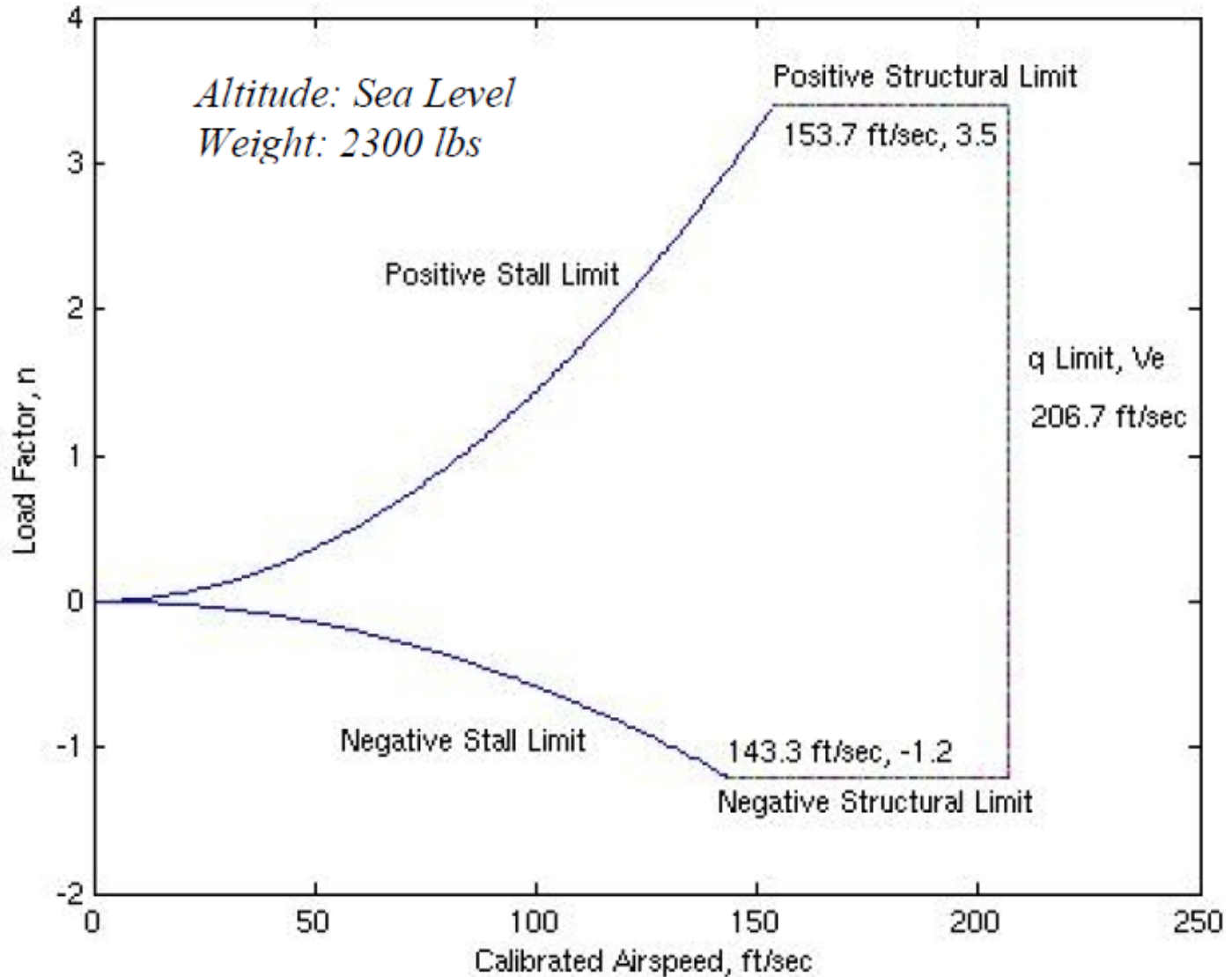
## Speeds for Normal Operation:

Based on the aircraft's light weight, its takeoff and landing speeds are relatively low. The Cessna can adjust its speeds accordingly to complete normal and sometimes short field takeoffs.

- |                                  |            |
|----------------------------------|------------|
| ▪ Normal Climb out of Takeoff    | 70-80 KIAS |
| ▪ Short Field Takeoff            | 59 KIAS    |
| ▪ Best Rate of Climb (Sea Level) | 73 KIAS    |
| ▪ Best Rate of Climb (10,000 ft) | 68 KIAS    |
| ▪ Normal Landing Approach        | 60 KIAS    |
| ▪ Balked Landing (Flaps 20°)     | 55 KIAS    |
| ▪ Max Crosswind Velocity         | 15 knots   |



# V-n Diagram

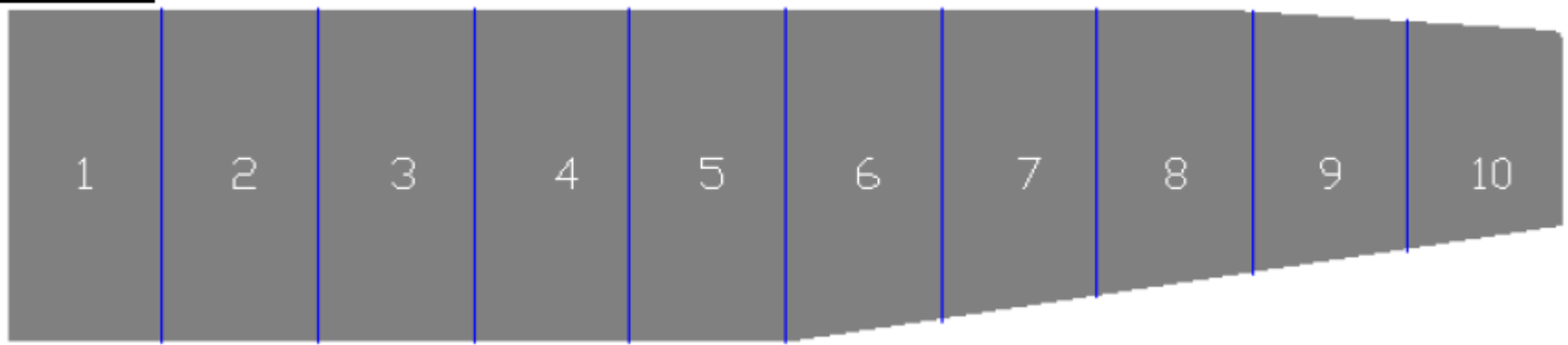




# Structural Design Loads - I

Computing shear force and bending moment for the Skyhawk provides a detailed model of the stresses acting on the each wing. These forces are created from total lift force and the wing and fuel weight. To accurately represent the shape of the wing it is separated into ten sections as seen in Figure 2. Each section has both an elliptical and trapezoidal chord length. The average chord length and area of each section is then used to calculate the Shear Force and Bending Moment on each section of the wing. Total Force is computed from the difference between each sections lift force subtracted by the total weight force. Bending Moment is computed using the Total Force on the wing section.

**Figure 2**



# Structural Design Loads - II

*Calculating total lift for each wing:*

$$\text{Total Lift} = n_{\max} * \text{TOGW} * \text{FS} / 2$$

$$\text{Total Lift} = 5347.5 \text{ lbs}$$

$$\text{FS} = 1,5$$

*The average chord distance for each section:*

$$C_{\text{avg}} = C_{\text{trapezoidal}} + C_{\text{elliptical}} / 2 \quad (\text{Eqn. 1.1})$$

$$C_{\text{trapezoidal}} = C_r [1 - 2/y * (1 - \lambda)] \quad (\text{Eqn. 1.2})$$

$$C_{\text{elliptical}} = (4S / \Pi b) * \text{sqrt}[1 - (2y/b)^2] \quad (\text{Eqn. 1.3})$$

*C<sub>avg</sub> is found along with the area of each section. After, solving for **f**, the force coefficient, the lift force on each strip is established.*

*Each separate force; lift, fuel, and wing weight have different coefficients. They are:*

$$f_{\text{lift}} = \text{LIFT} / \text{Wing Area (half)} \quad (\text{Eqn. 2.1})$$

$$f_{\text{fuel}} = \text{Fuel weight} / \text{Wing Area (half)} \quad (\text{Eqn. 2.2})$$

$$f_{\text{wing}} = \text{Wing weight} / \text{Wing Area (half)} \quad (\text{Eqn. 2.3})$$

- ❖ Note: Wing weight = 7.5% of empty weight.  
Density of gasoline = 803 kg/m<sup>3</sup>

# Structural Design Loads - III

*Table 1*

C(y)elip [ft]	y distance [ft]	C(y)trap [ft]	C(y) avg [ft]	Area of Section [ft <sup>2</sup> ]
6.150	0.000	5.330	5.740	10.242
6.120	1.800	5.160	5.640	9.984
5.910	3.600	4.996	5.453	9.723
5.870	5.400	4.830	5.350	9.450
5.640	7.200	4.660	5.150	9.059
5.330	9.000	4.500	4.915	8.586
4.920	10.800	4.330	4.625	8.010
4.390	12.600	4.160	4.275	7.306
3.690	14.400	3.995	3.843	6.388
2.680	16.200	3.830	3.255	4.577
0.000	18.000	3.660	1.830	0.000
<b>Total Area:</b>				<b>83.323</b>

- Table 1 represents the calculations necessary to solve for average chord length for each section (refer to the equations 1.1-1.3). An average is taken between the elliptical and trapezoidal chord lengths. The area of each section is then computed. Checking the calculated values with *Figure 2* proves the accuracy of the values.

# Structural Design Loads - IV

*Lift force on each strip:*

$$L_{\text{force}} = A_{\text{strip}} * f \quad (\text{Eqn. 2.4})$$

*Total force on each strip:*

$$\text{Total Force} = L_{\text{force}} - [f_{\text{fuel}} * \text{Area} - f_{\text{wing}} * \text{Area}] \quad (\text{Eqn. 3.1})$$

*Shear Force on each strip:*

$$\Sigma_i \text{ Total Force}_i \quad (\text{Eqn. 4.1})$$

*Using the total force the Bending Moment is worked out:*

$$BM = \Sigma_i \text{ Total Force}_i * y \text{ distance (from fuselage)} \quad (\text{Eqn. 5.1})$$

# Structural Design Loads - V

Table 2

Force of Lift [lb]	Force of Fuel Weight [lb]	Force of Wing Weight [lb]	Total Force [lb]
690.444	16.797	12.301	661.346
673.031	16.373	11.990	644.667
655.436	15.945	11.677	627.814
637.053	15.498	11.349	610.205
610.661	14.856	10.879	584.925
578.808	14.081	10.312	554.415
539.978	13.136	9.620	517.222
492.503	11.981	8.774	471.747
430.617	10.476	7.672	412.470
308.516	7.505	5.496	295.514
0.000	0.000	0.000	0.000

- Table 2 characterizes all of the forces which act on each section. The equations above were used along side of the computed force coefficients (Equations 2.1-2.3) to solve for lift, weight, and wing weight forces. Equation 3.1 was used to calculate Total Force.

# Structural Design Loads - VI

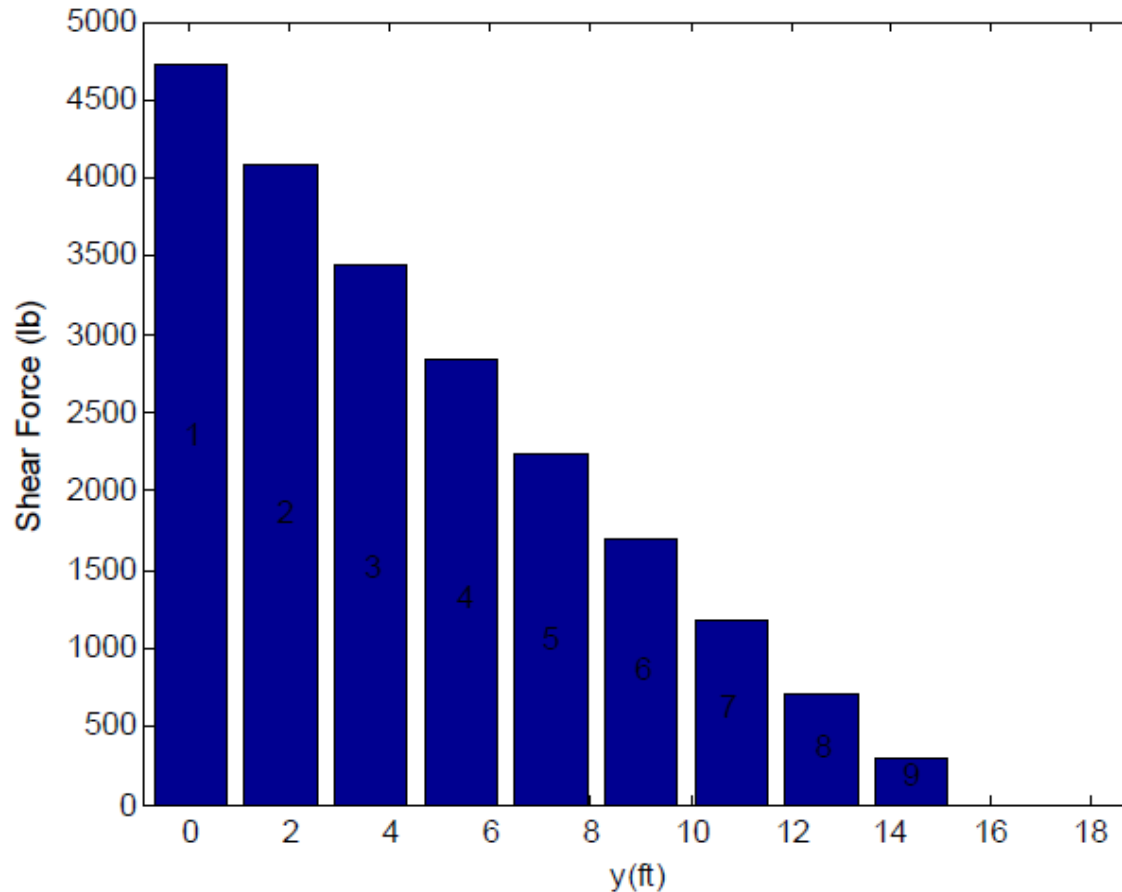
*Table 3*

Shear Force [lb]	Bending Moment [lb·ft]
4718.980	38173.735
4074.312	37013.334
3446.498	34753.202
2836.293	31458.093
2251.367	27246.630
1696.952	22256.893
1179.730	16670.899
707.984	10726.888
295.514	4787.323
0.000	0.000
0.000	0.000

- Table 3 corresponds to the Shear and Bending Moments for each section of the wing. These equations can be found from above, Equations 4.1 & 5.1.

# Structural Design Loads - VII

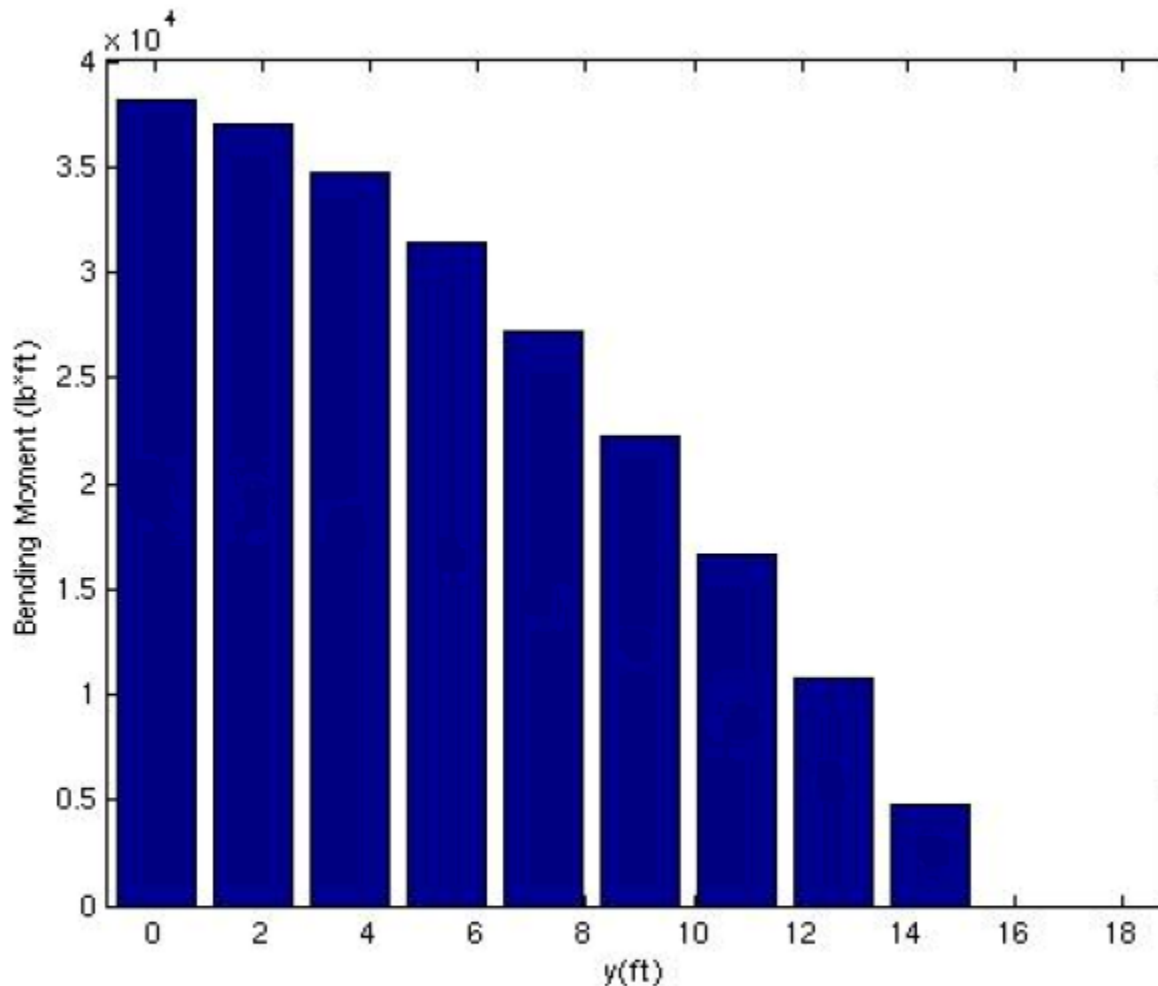
*Figure 3*



- Figure 3 represents the Shear Force versus the distance away from the fuselage. The Shear Force is the summation of Total Forces outboard of that section. The sections are labeled accordingly on the graph.

# Structural Design Loads - VIII

Figure 4



- Figure 4 represents the Bending Moment as the distance away from the fuselage increases. As with the Shear Force, Bending Moment is the summation of the bending moment's outboard of that specific section.



# Wing Torsion - I

Wing torsion is an important aspect of aircraft performance and stability. Minimizing wing torsion will improve these features of flight.

$$T_s = C_m * q_{\max} * (\text{Strip Area})(\text{Strip Chord}) \quad (\text{Eqn. 6.1})$$

As the formula suggests the Torsion value will change as distance from the fuselage increases. This occurs due to the shape of wing and changing chord length.

$$C_m = -0.1$$

Coeficiente de momentos

$$q_{\max} = 50.8 \text{ lb/ft}^2$$

Presión dinámica máxima

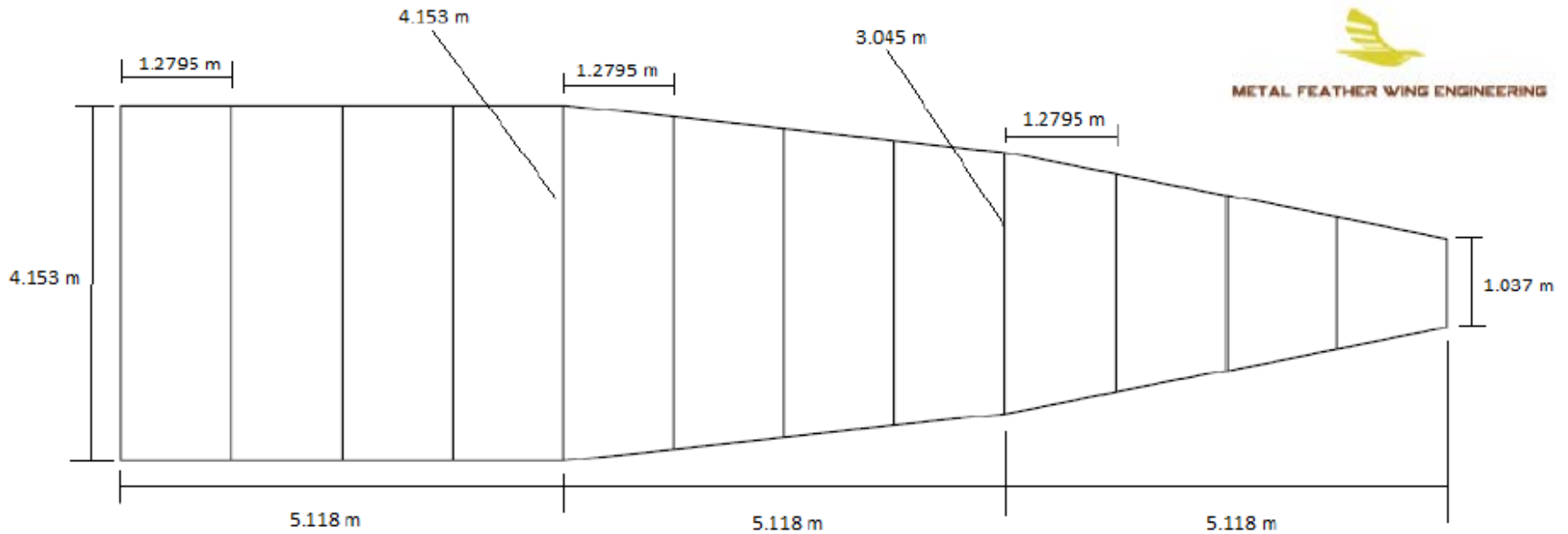
# Wing Torsion - I

*Table 5*

Torsion [lb·ft]	Torsional Moment [lb·ft]
-298.65	-1810.79
-286.04	-1524.74
-269.33	-1255.41
-256.83	-998.58
-236.99	-761.59
-214.38	-547.22
-188.19	-359.02
-158.66	-200.36
-124.69	-75.67
-75.67	0.00
0.00	0.00

- Table 5 symbolizes the Torsional Moments along the wing. The moments at each section were computed by summing the torsions outboard of that section.

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo 1



Dato	Valor
Factor de carga: $n$	2.5
Peso: $W_0$ [N]	340107.8
Superficie sustentadora: $S$ [ $m^2$ ]	100
Peso ala: $W_{wing}$ [N]	11107.1
Peso combustible: $W_{fuel}$ [N]	12204
Envergadura: $b$ [m]	30.71
Longitud de cada tramo de ala: $l$ [m]	5.118
Cuerda 1: $c_1$ [m]	4.153
Cuerda 2: $c_2$ [m]	3.045
Cuerda 3: $c_3$ [m]	1.037

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo 1



METAL FEATHER WING ENGINEERING

- Cortante y Flector
  - Sustentación Total del ala

$$L = (n_{max} \cdot TOGW \cdot FS) \frac{1}{2} = 637.7 KN$$

Donde TOGW es el peso al despegue  $W_0$ , el cual se ha tomado el correspondiente a la misión de ferry, ya que es el mayor y con el que se obtendría el caso más desfavorable; FS es un factor de seguridad y su valor es 1.5.

Después de la sustentación se calculan por separado las fuerzas que afectan al semiala: sustentación del semiala, peso de combustible en el semiala y peso del semiala.

$$f_{lift} = \frac{L}{S} = 12.75 KN$$

$$f_{fuel} = \frac{W_{fuel}}{S} = 244 N$$

$$f_{wing} = \frac{W_{wing}}{S} = 221 N$$

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo1

Una vez que se tienen todas las fuerzas a las que está sometida el semiala se procede a un cálculo iterativo de la fuerza en cada división, esto se hace de la siguiente manera:

$$L_{force} = A_{strip} \cdot f_L$$

$$Total\ Force = L_{force} - [f_{fuel} \cdot A_{strip} + f_{wing} \cdot A_{strip}]$$

Donde  $A_{strip}$  es el área de cada división, y se ha calculado con la longitud de cada división, la flecha y la cuerda media de cada división

## Area Semiala

<i>Y (m)</i>	<i>Cuerda (m)</i>	<i>Área (m<sup>2</sup>)</i>
0	4.153	5.314
1.2795	4.153	5.314
2.5590	4.153	5.314
3.8385	4.153	5.314
5.1180	4.153	5.314
6.3975	3.876	5.137
7.6770	3.599	4.782
8.9565	3.322	4.428
10.2360	3.045	4.073
11.5155	2.543	3.575
12.7950	2.041	2.933
14.0745	1.539	2.290
15.3540	1.037	1.648



METAL FEATHER WING ENGINEERING

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo1

## Fuerzas Semiala

$L_{force}$ (KN)	$F_{fuel}$ (KN)	$F_{wing}$ (KN)	Total Force (KN)
67.77	1.296	1.180	65.294
67.77	1.296	1.180	65.294
67.77	1.296	1.180	65.294
67.77	1.296	1.180	65.294
67.77	1.296	1.180	65.294
65.51	1.253	1.141	63.117
60.99	1.167	1.062	58.761
56.47	1.080	0.983	54.406
51.95	0.994	0.904	50.051
45.59	0.872	0.794	43.928
37.40	0.715	0.651	36.035
29.21	0.559	0.508	28.142
21.01	0.402	0.366	20.250



METAL FEATHER WING ENGINEERING

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo1

Cortante

$$SH = \sum_i Total\ Force_i$$

Donde en este caso  $i$  va desde la punta del ala al encastre ( $i_1$  es la división en la punta del ala,  $i_{final}$  es la división en el encastre).

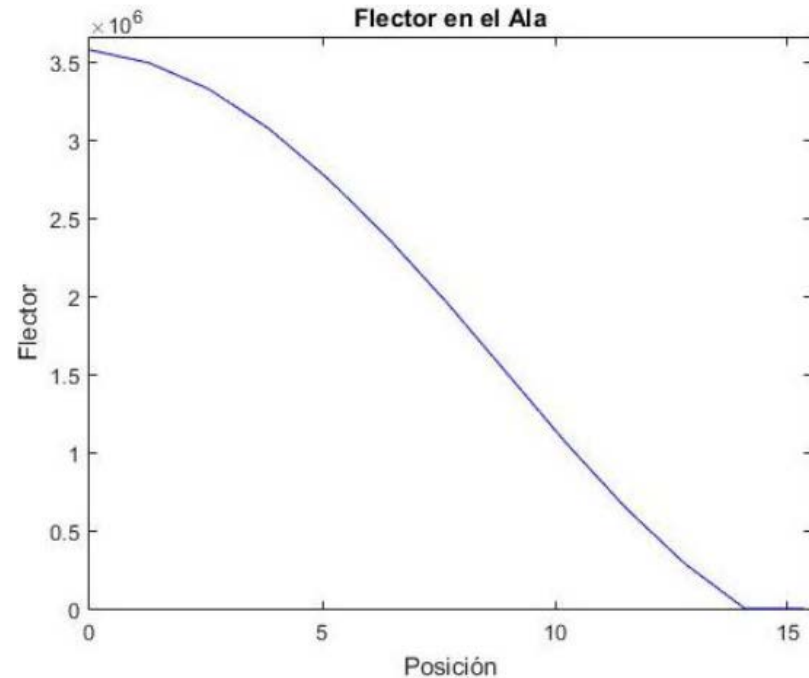
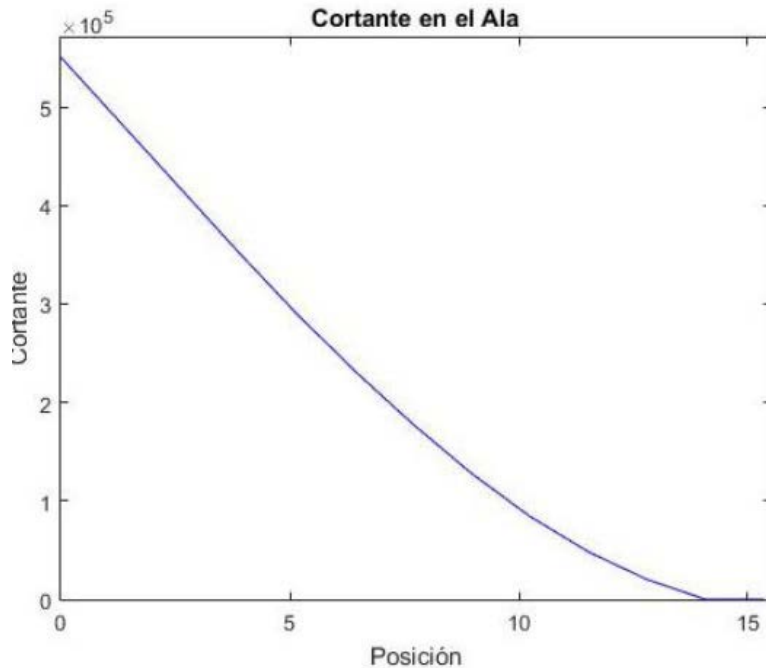
Flector

$$BM = \sum_i (Total\ Force_i \cdot y_i)$$

Donde  $i$  vuelve a medirse desde la punta del ala al encastre.

<i>SH (KN)</i>	<i>BM (KNm)</i>
550.578	3575.913
485.283	3492.369
419.988	3325.280
354.694	3074.647
291.577	2751.614
232.815	2375.684
178.408	1958.002
128.356	1509.713
84.428	1060.066
48.393	645.100
20.250	285.012
0	0
0	0

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo1



METAL FEATHER WING ENGINEERING



# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo1

## Torsor

Para el cálculo del momento torsor se ha tomado una distribución constante del coeficiente de momentos, dato proporcionado por el departamento de Aerodinámica, además de calcularse la presión dinámica máxima. Los valores de estos parámetros son

$$C_m = -0.0399$$

$$q_{max} = \frac{1}{2} \rho v^2 = 11520 \text{ Pa}$$

Donde  $\rho = 0.9 \text{ kg/m}^3$  y  $v = 160 \text{ m/s}$

Introduciendo estos valores en la expresión

$$T = C_m \cdot q_{max} \cdot (\text{cuerda de la división}) \cdot (\text{Área de la división})$$

El momento torsor se calcula igual que para los casos anteriores:

$$\sum_i T_i$$

Con  $i$  tomado desde la punta del ala hasta el encastre.

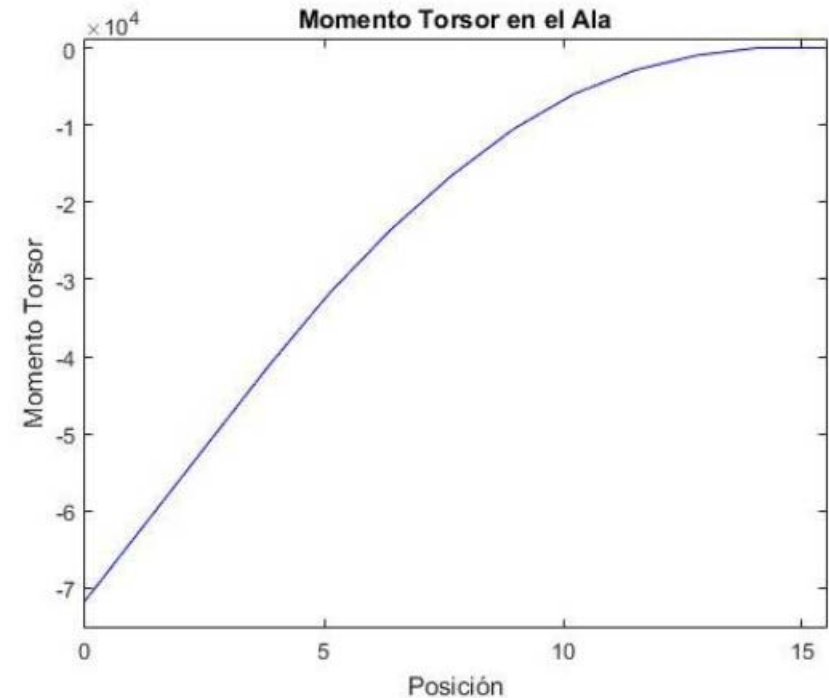


METAL FEATHER WING ENGINEERING

# Estudio Cargas Aerodinámicas – Ejemplo1

## Torsor

<i>T (KNm)</i>	<i>MT (KNm)</i>
-10.143	-71.668
-10.143	-61.524
-10.143	-51.381
-10.143	-41.237
-9.478	-31.759
-8.215	-23.543
-7.042	-16.501
-5.960	-10.540
-4.591	-5.949
-3.089	-2.860
-1.884	-0.975
-0.975	0
0	0



el signo negativo solo indica el sentido del torsor.



METAL FEATHER WING ENGINEERING

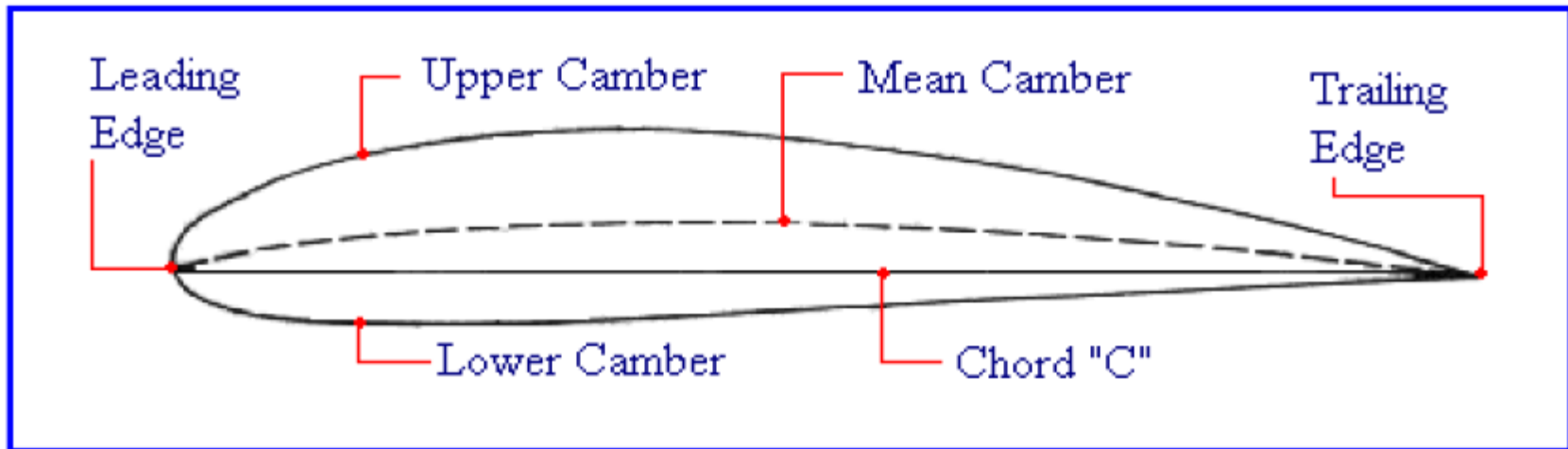
# Bibliografía

- Airframe Structural Design: Practical Design Information and Data on Aircraft Structures, MICHAEL CHUN-YUNG NIU, 1988.
- Design Philosophy, Design and Analysis of Aircraft Structures, Dr. Douglas S. Cairns,  
<http://www.coe.montana.edu/me/faculty/cairns/Introduction%20to%200Aerospace-Web/04-DesignPhilosophy.pdf>

# Wing Skin and Spar Web Thickness - I

Solving for skin and spar web thickness requires the dimensions of the wing airfoil at root, mid-span, and tip. These airfoils will describe the areas of the wing cross section at each segment of the wing. Correctly assuming the wing airfoil decreases along with chord length then the area should as well. Based on the fact skin and spar web thickness is directly related to the cross sectional wing area and Torque solved for above, the thicknesses will decrease as predicted.

*Figure 5*



- Figure 5 embodies what a general wing cross section looks like. The airfoil height will decrease as distance from the fuselage increases.

# Wing Skin and Spar Web Thickness - II

Figure 6

$$\sigma_Y = 47,000 \text{ psi}$$

$$t_{\text{root}} = 7.47 \text{ in}$$

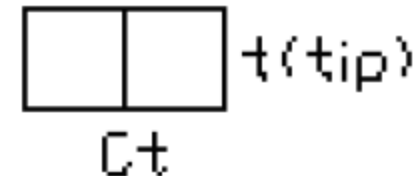
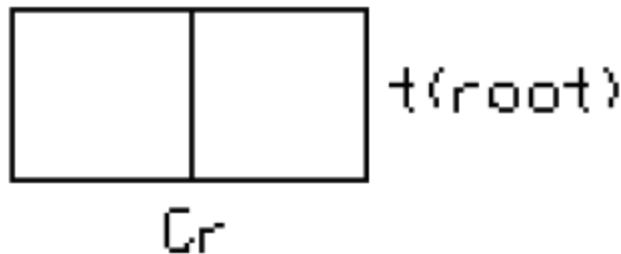
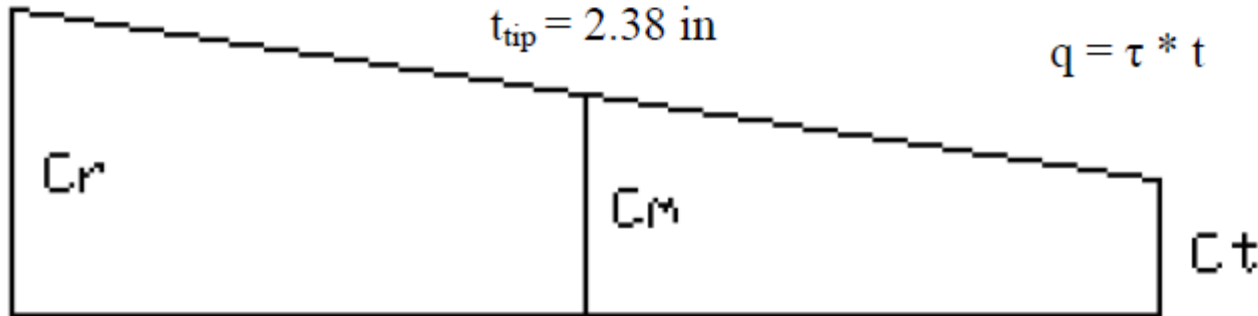
$$t_{\text{mid}} = 6.4 \text{ in}$$

$$t_{\text{tip}} = 2.38 \text{ in}$$

Equations:

$$T = 2Aq \quad \text{Eqn. 6.1}$$

$$q = \tau * t \quad \text{Eqn. 6.2}$$



- Figure 6 represents the general diagram used to visualize the cross sections at root and tip. The same procedure was used for the mid-span section but was not included in the diagram.

# Wing Skin and Spar Web Thickness - III

*Solving for Area at each section of the wing:*

$$A = C * t$$

$$A_{\text{root}} = 3.57 \text{ ft}^2 \quad A_{\text{mid}} = 2.57 \text{ ft}^2 \quad A_{\text{tip}} = .363 \text{ ft}^2$$

$$\sigma_Y = 47,000 \text{ psi}$$

$$t_{\text{root}} = 7.47 \text{ in}$$

$$t_{\text{mid}} = 6.4 \text{ in}$$

$$t_{\text{tip}} = 2.38 \text{ in}$$

*Solving q at each section of the wing using equation 6.1:*

$$q_{\text{root}} = 253.39 \text{ lb/ft}$$

$$q_{\text{mid}} = 104.39 \text{ lb/ft}$$

$$q_{\text{tip}} = 104.25 \text{ lb/ft}$$

*Equations:*

$$T = 2Aq \quad \text{Eqn. 6.1}$$

$$q = \tau * t \quad \text{Eqn. 6.2}$$

*Using the torsional moment (Torque) solved above and the value of q, the thickness to prevent yielding can be computed using equation 6.2.*

$$\text{Wall thickness}_{(\text{root})} = .0089 \text{ in}$$

Cuidado unidades ft & in!!!

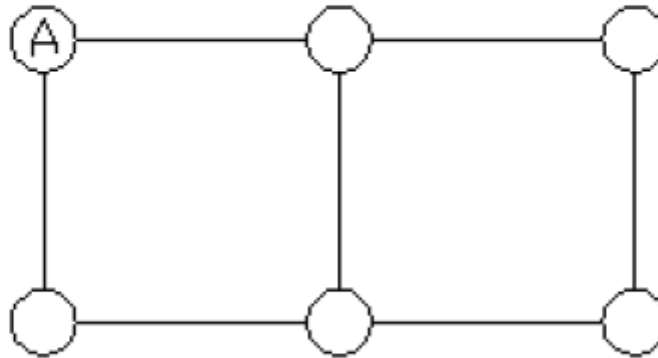
$$\text{Wall thickness}_{(\text{mid-span})} = .0037 \text{ in}$$

$$\text{Wall thickness}_{(\text{tip})} = .0036 \text{ in}$$

# Wing Bending (flexure) - I

To approximate the wing sections at root and mid-span the cross section is represented by a symmetric rectangle where  $A$  signifies the concentrated area at each spar cap. These concentrated areas are required to be a certain size which will prevent yielding.

*Figure 7*



- Figure 7 shows the cross section of the wing. At root and mid-span the concentrated area,  $A$ , along with the airfoil thickness or height  $t$  will change based on wing geometry.

*Solving  $I_y$  in terms of  $A$  gives the following equation:*  $I_y = 6A(t/2)^2$

# Wing Bending (flexure) - I

To solve for  $A$  such that there is no yielding:

$$\sigma_{xx} = \sigma_Y = 47,000 \text{ psi} \quad \sigma_{xx} = M_y z / I_y \quad \text{Eqn. 6.3}$$

Cuidado Bending moment el lb\*ft!!!

Using equation 6.3 and the previously solved bending moment from step 2:

$$\begin{aligned} t_{\text{root}} &= 7.47 \text{ in} & z_{\text{root}} &= t/2 = 3.735 \text{ in} \\ t_{\text{mid}} &= 6.4 \text{ in} & z_{\text{mid}} &= 3.2 \text{ in} \\ t_{\text{tip}} &= 2.38 \text{ in} \end{aligned}$$

Therefore to prevent yielding:

$$A_{\text{root}} \leq 0.0362 \text{ in}^2 \quad A_{\text{mid}} \leq 0.0302 \text{ in}^2 \quad \leftarrow \quad I_y = 6A(t/2)^2$$

To compute bending stress the known concentrated areas are used and substituted in to equation 6.3:

$$\begin{aligned} I_{y(\text{root})} &= 3.034 \text{ in}^4 & I_{y(\text{mid})} &= 1.843 \text{ in}^4 \\ \sigma_{xx(\text{root})} &= 46,990.7 \text{ psi} & \sigma_{xx(\text{mid})} &= 46,993.1 \text{ psi} \end{aligned}$$